地表地震反应的理论计算

尹心方 钟孟邻 周炳荣

(云南省地震局)

摘 鞷

本文在"水平假定"的前提下,将具多层土的建筑场地看作一单位横截面 的层状土柱。並简化为集中质量块的剪切梁计算模型。考虑到土壤的非线性特 性,采用稳定的Wilson- θ 法计算从基岩到地表的各层土地震反应。最后还指 出了本文的工程意义。

一、引 言

历次地震宏观现场调查发现、地震烈度分布一般都有异常现象。究其原因、除了地质构 造, 地形地貌和地下水位等因素外, 场地土的影响是很明显的。

近年来一些工程设计单位从震害实际出发,要求地震部门给出场地土对地表地震反应影 响的估计。为此目的、地震工程界的一些同志作了深入的研究並已取得了一些较为满意的结 果〔112〕。既合理地介释了震害异常现象又引出了抗震措施。

> 地表地震反应分析认为, 地表运动主要 是来自下卧岩石的剪切液通过土层垂直向上 传播所引起的,而在土柱基底处的岩石运动 性质是已知的〔8〕,见图1,2。根据这一

> > 7.S

6.5





۵5

04

02

J. max (g) 0З

图 1 基岩最大加速度与发震断层距的关系

假设已经提出了分析地表地震反应的几种方法: 波传播法、有限元法和集中质量法。无论采 用那种方法,在计算过程中都必须考虑土壤剪应变一模量一阻尼的非线性特性。因此运动方 程中的系数是剪应变的函数,从而给求介地表地震反应带来很多困难。本文采用多次逐步逼 近法求介土层的非线性反应较之一些人采用等效线性模型求介更为精确。

为了比较精确的估计场地地表反应,还必须详细的知道场地土各层的物理参数以及它们 在动荷载作用下的非线性特征。这就要求工程计设单位事先收集整理好建筑场地各土层的性 能,越详细越好,以便根据算机容量和要求精度合理分层。当设计地震确定时,就可以根据 本文最终导出的公式计算建筑场地的地表反应参数,为工程设计单位提供设计依据。

二、计算模型和运动方程

地震时地表运动主要来自下卧岩石的剪切波通过各土层向上传播所引起的。若各土层为 倾斜边界的或同一水平层上的材料是不均匀的,则地震反应比较复杂,须用有限元法求介。 若各土层为水平边界且同一层的材料均匀、延伸较远,则可取一单位横截面的土柱采用集中 质量的剪切梁计算模型,如图3,4所示。各集中质量块间用弹簧和阻尼相连。弹簧表示集 中质量块间阻止横向变形的土壤的刚度性能,是土壤剪切模量的函数。阻尼表示运动过程中 集中质量块的能量消耗。







土柱集中质量系在基底输入一个水平地震加速度作用下的运动方程为

MX (t) + CX (t) + KX(t) = $-Mx_{0}(t) = P(t)$ (1) 式中M为主对角线质量矩阵, K为三对角型刚度矩阵, C亦为三对角型阻尼矩阵, 它是质 量 矩阵和刚度矩阵的线性组合, 即

$$C = \alpha_{j}M + \beta_{j}K$$

$$\overline{m} \qquad \alpha_{j} = \lambda_{j}\omega_{j}, \quad \beta_{j} = \lambda_{j}/\omega_{j}, \quad \omega_{j} = \frac{\pi}{2H_{j}}\sqrt{\overline{G}_{j}g/r_{j}}$$

其中, H,、r_i、 G_i 、 λ_i 、 ω_i 分别为第i层土的厚度、容重、平均剪切模量、阻尼比和 园 频率, X(t)、X(t)、X(t)分别为在时刻才集中质量块相对基底的加速度、速 度 和 位 移列向量, X。(t)为在时刻才输入土柱基底的水平地震加速度向量, P(t)为在 时 刻 才 集中质量块的等效地震荷载向量, 应当指出, M、C、K都是N阶矩阵, 而N为土柱 集 中 质量的数目。

三、关于M、C、K的建立

建立M 根据实际情况並考虑计算方便,将土柱分成L层,其中某一层;又可分为N;个集中质量,所以整个土柱集中质量的数目为

$$N = \sum_{J=1}^{L} N_{j}$$

N;的确定取决于计算精度和计算机容量。理论上认为,N;愈大,计算精度愈高,但计算量愈大。在通常情况下,根据土层的基本周期和计算精度,可用图 5 确定N;值。土层周期可 粗略根据

$$T_{j} = \frac{4 H_{j}}{\sqrt{G_{j}g/r_{j}}}$$

确定。其中G;为土柱中第j层土的最大剪切模量,g为重力加速度,H;、r;的意义同前。



图 6 质量往上集中示意图

每层土的质量块往哪里集中,原则上是任意的。一般来说,可以往上,往下或向中间集中。本文采用往上集中的方式,即分层界面处的集中质量块是下一层往上集中的第一个集中质量块,如图 6 所示。知道了分层土的容重和每层集中质量块的数目 N_i,就很容易 形 成 主 对角线型 N 阶质量矩阵



M中任一元素miii有二个下标,其中i代表土柱分层序号,i代表分层土中集中质量块序号, 即血口为土柱中第i层土中的第i个集中质量块。

建立K 因为考虑的是水平剪切、而且只考虑上下相邻二点对中间点的剪切作用、如图 7 所示。所以,设X;;;,X;;,X;;;,X;;;;, 分别为m;;;-1、m;;;、m;;;+1质量块相 对基底的位移,k;:1-1、k;:;分别为m;:1-1 与m1:1、m1:1与m1:1-1之间的刚度系数。 根据图7不难写出土柱集中质量系中任一元 素 mill 在 运动过程中所受的弹性恢复力的 一般表达式

 $F_{i:i} = k_{i:i-1} X_{i:i-1} - (k_{i:i-1} + k_{i:i})$ $X_{1,1} + k_{1,1}X_{1,1,1}$ (2)

土柱上下端集中质量块所受恢复力的表 达式

> $F_{11} = -k_{11}X_{11} + k_{11}X_{12}$ (3)



图 7 质量快mii上所长的恢复力

 $F_{LN_{L}} = kL, N_{L-1} XL, N_{L-1} - (kL, N_{L-1} + kL, N_{L}) XL, N_{L}$ 由(2)(3)(4)形成土柱集中质量系的N阶刚度矩阵



刚度矩阵K中的元素k;;为j层土中第i个质量块与同层中第i+1个质量块间的刚度系数

$$\mathbf{k}_{ji} = \frac{\mathbf{G}_{ji}^{i}}{\mathbf{h}_{j}}, \quad \mathbf{h}_{j} = \frac{\mathbf{H}_{j}}{\mathbf{N}_{j}}$$

G;为在运动过程中j层土中第i个集中质量块受到瞬时地震脉冲作用时的剪切模量。

建立C 阻尼矩阵是质量矩阵和刚度矩阵的线性组合,很容易推得如下形式 (4)

 $C = \begin{pmatrix} \alpha_{1}m_{11} + \beta_{1}k_{11} & -\beta_{1}k_{11} \\ -\beta_{1}k_{11}\alpha_{1}m_{12} & +\beta_{1}(k_{11} + k_{12}) & -\beta_{1}k_{12} \\ \dots & \dots & \dots \\ -\beta_{1}k_{1N_{1}-1} & \alpha_{1}m_{1N_{1}} & +\beta_{1}(k_{1N_{1}-1} + k_{1N_{1}}) & -\beta_{1}k_{1N_{1}} \\ -\beta_{1}k_{1N_{1}} & \alpha_{2}m_{21} + (\beta_{1}k_{1N_{1}} + \beta_{2}k_{21}) & -\beta_{2}k_{21} \\ \dots & \dots & \dots \\ -\beta_{1}k_{1;i} & \alpha_{1}m_{1;i+i} + \beta_{1}(k_{1;i} + k_{1;i+i}) & -\beta_{1}k_{j+i} \\ \dots & \dots & \dots \\ -\beta_{1}k_{1;i} & \alpha_{1}m_{1;i+i} + \beta_{1}(k_{1;i} + k_{1;i+i}) & -\beta_{1}k_{j+i} \\ \dots & \dots & \dots \\ -\beta_{1}k_{1,N_{1}-1} & \alpha_{1}m_{1,N_{1}} + \beta_{1}(k_{1,N_{1}-1} + k_{1,N_{1}}) \end{pmatrix}$

这样,方程(1)中的系数阵都为已知,方程右边为地震荷载向量亦为已知。下面着手解方程(1)求出X(t)、X(t)和X(t)。

如果土柱是弹性体系,则刚度矩阵和阻尼矩阵中的元素都是常量,但土的非线性特性必须考虑。因此方程(1)中的刚度矩阵和阻尼矩阵都和土壤的剪切模量有关,而土壤的剪切

模量随剪应变改变,是剪应变的函数⁽⁴⁾, 如图 8、9 所示。在震动中,土柱不断受到 上传横波的强烈剪切,剪应变随时都在改 变,因此K、C 中的元素亦是剪应变的函 数。

四、计算方法

首先给出一个予先估计的剪应变值如 0.01%,然后根据图8、9及现场钻孔资料 选取所需的物理量,算出相应于剪应变0.01 %的各土层的剪切模量和阻尼比。利用这些 数据,进行第一次迭代,算出各集中质量块 的相对位移,给出更准确的估计剪应变值。 再利用图8、9插值算出集中质量块相应于 新剪应变的剪切模量和阻尼比,进行下一次 迭代。如此循环,当后一次迭代和前一次迭 代算出的各土层的平均剪切模量的相对误差 满足予先要求的精度时,即认为是最后的结 果。

本文用 Wilson 逐步积分法(5)介 方 程 (1)。此法即利用t+ Δ t点的已知 值,用 两倍步求t+ Δ 长t 点的速度和加 速 度 的 表 达式,代入运动方程求得t+ Δ t 点的值。然 后利用t- Δ t和t+ Δ t两点的值求中点t的位 移,速度和加速度,即前进两步再后退一步



图 8 中砂的模量和阻尼比

回到中点,以保证其运算过程的无条件稳定。 由图10,令 τ =(t+ Δ t)-(t- Δ t)=2 Δ t。设X(A')在区间 τ 内按线性分布,即



图 9 饱和粘土和泥炭的模量和阻尼比



$$\ddot{X}(t + \Delta t) = \frac{6}{\tau^2} X(t + \Delta t) - \frac{6}{\tau^2} X(t - \Delta t) - \frac{6}{\tau} \dot{X}(t - \Delta t) - 2 \ddot{X}(t - \Delta t)$$
 (7)
将(7)代入(6)得

$$\dot{X}(t+\Delta t) = \frac{3}{\tau}X(t+\Delta t) - \frac{3}{\tau}X(t-\Delta t) - 2\dot{X}(t-\Delta t) - \frac{\tau}{2}\dot{X}(t-\Delta t) \quad (8)$$

其中

$$\underline{\mathbf{K}} = \mathbf{a}_{0}\mathbf{M} + \frac{3}{\tau}\mathbf{\beta}\mathbf{K} + \mathbf{K}, \qquad \mathbf{a}_{0} = \frac{6}{\tau^{2}} + \frac{3}{\tau}\alpha \qquad (10)$$

式中的 α 、 β 为某一土层在(t+ Δ t)时阻尼矩阵C= α_1 M+ β_1 K中的 α 、 β_1 K为(t+ Δ t) 时土柱集中质量系的刚度矩阵。

$$X(t + \Delta t) = X(t + \Delta t) - X(t - \Delta t) - \frac{2}{3}\tau \dot{X}(t - \Delta t) - \frac{\tau^2}{6} \ddot{X}(t - \Delta t)$$

$$\frac{P(t + \Delta t) = P(t + \Delta t) + M\left[\frac{2}{\tau}\dot{X}(t - \Delta t) + \ddot{X}(t - \Delta t)\right] - K\left[X(t - \Delta t) + \frac{2}{3}\tau\dot{X}(t - \Delta t) + \frac{\tau^2}{6}\ddot{X}(t - \Delta t)\right]$$
(11)

将已知的初始值 $x(t - \Delta t)$ 、 $X(t - \Delta t)$ 代入运动方程(1),便可求得 $X(t - \Delta t)$ 。将求得的 $X(t - \Delta t)$ 代入(11),即得P(t+ Δt)。由方程(10)看出,K亦为已知。

从<u>K</u>、X(t+ Δ t)、<u>P</u>(t+ Δ t)的表达式看出,<u>K</u>为三对角型 矩 阵,X(t+ Δ t)、 P(t+ Δ t)为列阵,且都是N阶的。

方程(9)为三对角型方程组,其中<u>K、</u><u>P</u>(k+Δt)均为已知。一般可用求系数阵的 逆阵或将系数阵化为三角阵^[1]来求解。本文采用追赶法介方程组(9),化繁复的矩阵运 算为简单的代数运算。

设方程组(9)中的K、X(t+Δt)、P(t+Δt)为如下形式

$$\underline{K} = \begin{pmatrix} b_{1} & c_{1} & & \\ a_{1} & b_{2} & c_{2} & & 0 \\ & a_{2} & b_{3} & c_{3} & & \\ & \dots & \dots & & \\ & 0 & a_{N-3} & b_{N-1} & c_{N-1} \\ & 0 & & a_{N-1} & b_{N} \end{pmatrix}, \quad X(t + \Delta t) = \begin{pmatrix} X_{1} \\ X_{2} \\ \vdots \\ X_{N-2} \\ X_{N-1} \\ X_{N} \end{pmatrix}, \quad \underline{P}(t + \Delta t) = \begin{pmatrix} \frac{P}{1} \\ \frac{P}{2} \\ \vdots \\ \frac{P}{N-2} \\ \frac{P}{N-1} \\ \frac{P}{N} \end{pmatrix}_{t + \Delta t}$$

$$\frac{2}{N} \quad \underline{K} = L V \quad (12)$$

41

$$L = \begin{pmatrix} \varphi_{1} & & \\ a_{1} & \varphi_{2} & & 0 \\ & a_{2} & \varphi_{3} & \\ 0 & \dots & & \\ & & a_{N-1} & \varphi_{N} \end{pmatrix}, \qquad V = \begin{pmatrix} 1 & \delta_{1} & & \\ & 1 & \delta_{2} & & \\ & & 1 & \delta_{3} & \\ & & \dots & & \\ & & & 1 & \delta_{N-1} \end{pmatrix}$$

矩阵L中的φ, (j = 1, 2, …, N)和矩阵 V中的δ, (j = 1, 2, …N-1)均为待 定 元 素。

根据矩阵相等的定义,由(12)得

引进方程组(9)的等价方程组

$$(LZ = P(t + \Delta t))$$
(14)'

$$VX(t + \Delta t) = Z$$
 (14)"

其中 $Z = (z_1, z_2, \dots, z_N)^T$ 由 (14) ′ 得

$$\begin{cases} z_{1} = \frac{P}{\phi_{1}} \\ z_{k} = (\frac{P}{k} - a_{k-1} z_{k-1}) / \phi_{k} \end{cases}$$
 (15)

- 由(14)′得
- $\begin{pmatrix} X_{N} (t + \Delta t) = z_{N} & (k = N 1, N 2, \dots, 3, 2, 1,) \\ X_{k} (t + \Delta t) = z_{k} \delta_{k} X_{k+1} (t + \Delta t) \end{pmatrix}$ (16)

反复应用(13)(15)(16)三式,最后就可以求出X(t+△t)。

当变量t[/] 增至区间的中点t时,则由(5)和(7)求得

$$\dot{X}(t) = \frac{3}{\tau^2} X(t + \Delta t) - \frac{1}{\tau} \dot{X}(t - \Delta t)$$
(17)

为了求出X(t)和X(t),须使变量t'在(t- Δ t)至t的 Δ t区间内变动,並对(5) 连续积分二次,此时积分区间为 Δ t,得

$$\dot{X}(t) = \dot{X}(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} [\ddot{X}(t) + \ddot{X}(t - \Delta t)]$$
(18)

$$\dot{X}(t) = X(t - \Delta t) + \dot{X}(t - \Delta t) \Delta t + \frac{1}{6} (2\dot{X}(t - \Delta t) + \dot{X}(t)) \Delta t^{2}$$
(19)

将由(9)式求得的X(t+Δt)代入(17)得X(t),将X(t)代入(18)(19)
得X(t)和X(t)。顺便指出,求得的X(t)、X(t)和X(t)都是N阶列阵,时刻t

[•]运动方程(1)中的t为任意时刻。由于采用Wilson逐步积分的数值计算法,因此公式(17)、(18)、(19)中的t为n•∆t的时间座标值, n = 1, 1, 2, 3, ……。

-3

为 $(t - \Delta t)$ 至 $(t + \Delta t)$ 间的中点,与运动方程(1)中的时刻t有所区别*。

到此,已全部异出了X(t)、X(t)和X(t)的表达式(17)、(18)、(19)。 这样就可以完全获得地震作用下土柱各层的加速度、速度和位移时程曲线,特别是获得了在 地震作用下的地表加速度、速度和位移时程曲线。

五、本文的工程意义

本文异出了剪切波从土柱基底通过各层土传至地表产生的各层土及地表的加速度、速度 和位移反应计算公式,对某一特定场地的烈度计算以及如何选择有利场地和采取抗震措施具 有如下的工程意义。

1.根据算出的地表运动参数,可以直接给工程设计单位提供建筑场地的加速度、速度和 位移峰值,作为其场地烈度的定量指标。

2.计算过程表明,地表运动除与基底输入的地震加速度特征(如幅值、频率和持续时间)有关外,包括地表在内的土柱各土层的性质(如层厚、容重、剪切模量和阻尼比)都有严重的影响。若改变地表层厚度,采用夯实或桩基等措施(这些措施主要是用来提高地基的强度)来变化地表层性质,则可以通过反复计算、修改,直到获得予期的地表运动参数。

3. 从计算过程中,可以看出土柱中哪一层起主要作用。因此, 假若算出的地表运动参数 不满足设计要求而又不能采用其他变化措施,则可避开这种类型的场地另行选择。

4. 对计算所得的地表加速度,速度和位移时程曲线进行频谱分析,就可以得到建筑场地的加速度、速度和位移谱。这样,设计人员可以根据实际需要,任意选用合适的谱曲线进行 工程设计。

(1980年2月6日收到)

参考文 献

- [1] 兰州地震大队抗震组,地形条件对震害影响问题的理论分析与探讨,1975。
- [2] 田启文等,砂土液化对地震动的影响,中国科学院工程力学研究所地震工程研究报告,1976。
- [3] HBolton Seed, I.M.Idriss, F.W.Kiefor, Characteristics of Rock Motion During Earthquakes, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, vol.95, No.SM 5, 1969.
- [4] H.Bolton Seed and I.M.Idriss, Analyses of Ground Motions at Union Bay, Seattle During Earthquakes and Distant Nuclear Blasts, BSSA, vol.60, No. 1, 1970.
- [5] K.J.Bathe and E.L.Wilson, stability and Accuracy Analyses of Direct Integration Methods, EESD, vol. 1, No. 3, 1973.

3

THEORERICAL COMPUTATION OF GROUND SEISIC RESPONSE

Yin Xinfang Zhong Menglin Zhou Bingrong (Seismological Bureau of Yun Nan province)

abstsact

On the basis of horizontal assumption, the building site with mnlti-layer soil is regarded as a layered soil column of an unit cross section and is simplified as the sherebeam computing model of the lumped-mass. Taking account of the non-linear characteristics of soils, we have used the method of stable wilson-0 to compute the seismic response of every layer soil from brown base rock to ground. Finally, it is (pointed out that this paper is of some significance in engineering.