第4卷 第1期 西北地震学报 Vol.4,No.1
1982年3月 NORTHWESTERN SEISMOLOGICAL JOURNAL Mar.1982

像力及其在震源过程中的作用

荣 代 潞*
（兰州地震研究所）

摘 要

本文应用固体物理学中位错所受自由面的像力的概念来讨论调整单元（自由面或软弱介质）对孕震震源地区断层的蠕裂、临震前锁住段断层中预位移的传播以及地震发生时裂缝的失稳传播的影响。推导了几种不同形状的自由边界对螺型位错和刃型位错作用的像力的表达式。以直立倾滑断层为例求出了震源地方断层某一段发生相对位移时由于自由面的像力作用而在断层上引起的附加应力场。估算了实际断裂情况下此附加应力场的数量级。认为像力的作用在震源过程中尤其是在研究对大震的触发作用时是不可忽视的。从像力的观点出发解释了地震发生时的一些现象。

1980年郭增建，秦保燕在全国地震学术讨论会上首次引入固体物理学中“像力”的概念来讨论自由面或软弱介质对于断层错动和传播的影响。以后我们在〔9〕文中对此问题作过一些讨论。但当时的讨论比较初步，着重于概念的引入，没有进行理论上的推导和计算，对于自由面和裂缝配置的一般情况没有作进一步的讨论与计算，也没有讨论两种物性不同的介质分界面的情形。本文拟对“像力”进一步进行一些探讨。为节省篇幅，文中只列出主要结果，而将推导过程列于附录中。为便于查阅，附录中还列出了对于位错的一些普遍关系和公式。本文是在郭增建、秦保燕老师直接指导下完成的。

像力的概念及其计算

在弹性位错理论中，存在于不均匀介质中的位错，它本身所具有的能量是其位置的函数。因此它有自身向着介质强度较小的地方运动的趋势。也就是好象有一个力作用在这个位错的位错线上。在介质中具有分界面的情况，这个力表示分界面与位错的相互作用，称之为“像力”。极端的情形是分界面为自由面。像力使位错向着自由面运动或有向自由面运动的趋势。计算位错所受到的像力有两种方法：

---

* 现为兰州地震研究所震源物理研究生

1.根据像力的定义，作用在单位长度位错线上的像力等于单位长度位错在介质中的能量对其位置的变化率的负值。即

$$\vec{F}_{Im} = -\mathrm{grad}_{\xi} U \qquad (1)$$

其中$U = U(\xi)$为位错在介质中具有的能量。

2.镜像法：把界面看成是无限均匀介质中的一个面，利用在空间适当位置配置位错（即所谓像位错）和在界面上加适当分布力的方法使界面成为自由面。这时位错所受像力即为像位错和分布力产生的应力场对它的作用力。下面分几种情况进行讨论。

自由界面为平面：

（1）界面下r处一位错线平行于界面的螺型位错所受的像力：

$$F^{s}_{Im} = \frac{\mu b^2}{4\pi r} \qquad (2)$$

这是单位长度位错线上所受的像力（下同）。其中μ为介质的剪切模量，b为位错布格矢量的大小即位错幅度。这个力的方向朝向界面并与界面垂直。〔附录B（a）〕

（2）界面下r处一位错线平行于界面的刃型位错所受的像力：

$$F^{e}_{Im} = \frac{\mu b^2}{4(1-\nu) r} \qquad (3)$$

ν为介质泊松比。这个力与位错布格矢量$\vec{b}$与界面所成角度无关，方向朝向界面且垂直于界面。它在位错滑移方向的分量为$F^{e}_{Im}\cos\alpha$。〔见附录B（b）〕

具有园柱型空腔的介质：

（1）此介质中一螺型位错所受的像力

$$F^{s}_{Im} = \frac{\mu b^2}{2\pi} \cdot \frac{a}{a^2 - R^2} \qquad (4)$$

此位错的位错线平行于园柱的轴线，a为位错线到园柱轴线的距离，R为园柱半径。此力的方向垂直指向园柱轴线。〔附录B（C）〕

（2）对于具有园柱空腔的无限介质中的一个刃型位错的情形，不能简单地找到合适的像位错使界面满足应力自由的边界条件。我们可以先设想这刃型位错位于无限均匀介质中，求出其在园周面上产生的应力场大小。然后在园周上加上与这个应力场大小相同、方向相反的分布力，从而使之成为自由界面。此分布力在介质中产生的应力场对位错的作用力即为此位错所受自由界面的像力。〔附录B（d）〕

求出园形边界对位错作用的像力后，原则上可以利用保角变换的方法求出任意形状自由边界对位错作用的像力。附录B(e)中计算了椭园截面柱形空腔对螺型位错作用的像力的表达式。在像力作用下此位错可能的运动路径垂直于椭园界面。

以上是界面为自由面的情况。下面考虑界面为两种介质的分界面的情形。如图1所示，平面$x = 0$把空间介质分为两部分，μ_1和μ_2分别为两种介质的剪切模量。在介质I中$x = a$处有一螺型位错，其布格矢量$\vec{b}$在Z方向上。根据文献〔5〕的研究，这时在介质I中的应力场等于原来位错的应力场加上位于S′处（$x = -a$）的布格矢量为$\frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_2 + \mu_1} b$的像位错产生的应力场。故这种情况下的位错S所受的像力为：

$$F^s_{Im}=\frac{\mu_1 b}{2\pi}\cdot\left(\frac{\mu_2-\mu_1}{\mu_2+\mu_1}\right)b\cdot\frac{1}{2a}$$

$$=\frac{-b^2}{4\pi}\cdot\mu_1\left(\frac{\mu_2-\mu_1}{\mu_2+\mu_1}\right)\cdot\frac{1}{a} \qquad (5)$$

若$\mu_2>\mu_1$，$F^s_{Im}>0$，位错S受斥力；

$\mu_2<\mu_1$，$F^s_{Im}<0$，位错S受吸引力；

$\mu_2=0$，$F^s_{Im}=-\frac{\mu_1 b^2}{4\pi a}$，变为自由平面界面的情况。

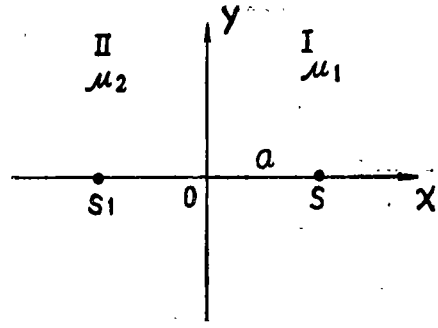

图1　两种介质的分界面的情形

对于刃型位错，近似地也可以得出和上面类似的结论[5]。即位错所受像力近似地为其镜像点处的一个大小为$\frac{\mu_2-\mu_1}{\mu_2+\mu_1}$ b的位错对它作用的像力。

应当指出，像力的物理实质是由于自由面（或介质相对软弱区）对介质内部位错所产生的应力场易于变形和让位，即自由面的存在改变了位错附近的应力场，从而有利于位错的运动或裂缝的传播。下面给出由于自由面的存在，在位错处引起的附加应力场。

一个布格矢量为$\vec{b}$的位错在应力场$[\sigma]$中所受的力为[6]：

$$\vec{F}=[\sigma]\,\vec{b}\times\vec{t} \qquad (6)$$

$\vec{b}$为位错线方向上的单位矢量$[\sigma]$为外应力场张量，它可以是外力产生的应力场，也可以是另一个位错产生的应力场。对于自由面的像力来说，$[\sigma]$为像位错和作用在自由面上的分布力产生的应力场，也就是由于自由面的存在在位错处引起的附加应力场。在平面自由面的情形下，对于螺型位错，由

$$F^s_{Im}=\sigma^s_{yz}b$$

得

$$\sigma^s_{yz}=\frac{F^s_{Im}}{b}=\frac{\mu b}{4\pi r} \qquad (7)$$

对于刃型位错，由

$$F^e_{Im}=\sigma^e_{xy}b$$

得

$$\sigma^e_{xy}=\frac{F^e_{Im}}{b}=\frac{\mu b}{4\pi(1-\nu)r} \qquad (8)$$

像力在断裂传播中的作用

根据裂缝的位错理论[7]，介质中的弹性剪切裂缝可以用一定分布密度的刃型或螺型位错阵列来表示。如图2所示的一个平面剪切裂缝，它相当于分布密度为

$$f(x)=\frac{2(1-\nu)\sigma}{\mu b}\cdot\frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}} \qquad (9)$$

的刃型位错阵列。在裂缝上x处，裂缝两侧的相对位移为

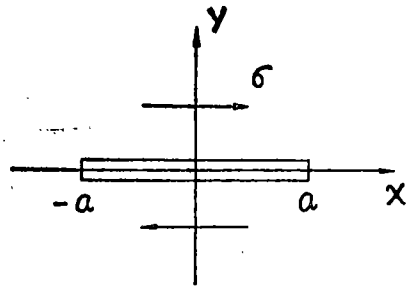

图2 平面剪切裂缝

$$\Delta u(x)=\int_x^a bf(x)dx$$
$$=\frac{2(1-\nu)\sigma}{\mu}\sqrt{a^2-x^2} \tag{10}$$

式中σ为裂缝两侧作用的剪应力，a为裂缝的半长。

假设地壳中存在一倾滑断层。为简单起见设此倾滑断层为直立的，断层物质的厚度为2d，外部构造应力在平行于断层方向的分量为σ_{xy}，如图3所示。设在某一时刻此断层上AB段首先达到其静摩擦极限而发生相对位移。这时作用在AB段上的剪应力由三部分组成：

1）外部有效构造剪应力$\sigma=\sigma_{xy}-\sigma_0$，$\sigma_0$为断层上的静摩擦极限应力。在σ的作用下，断层两侧产生弹性变形，它引起的相对位移与一个分布密度为

$$fe(x)=\frac{2(1-\nu)\sigma}{\mu b}\cdot\frac{x}{\sqrt{a^2-{}^2x}} \tag{11}$$

的刃型位错阵列相当。在滑移段上x处产生的相对位移为

$$\Delta u_e(x)=\frac{2(1-\nu)\sigma}{\mu}\sqrt{a^2-x^2} \tag{12}$$

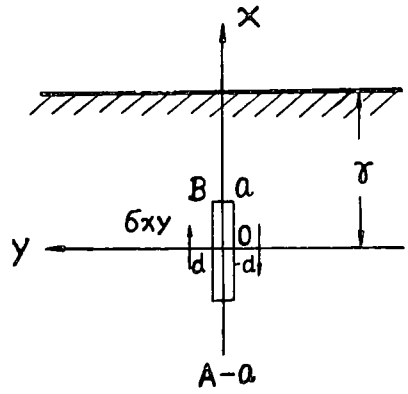

图3 直立倾滑断层中的滑移段

2）由于断层物质的蠕变，产生一个作用在断层上的附加剪应力σ_t。由文献〔8〕

$$\sigma_t=\frac{2d\mu}{2(1-\nu)a}\int_0^t\dot{\varepsilon}_{xy}dt \tag{13}$$

式中$\dot{\varepsilon}_{xy}$为断层物质的蠕变速率。附加剪应力σ_t在断层两侧也产生相对位移，但因为两端有A和B的限制，蠕变产生的相对位移是不均匀的，这样也可以看作一个分布密度为

$$f_c(x)=\frac{2(1-\nu)\sigma_t}{\mu b}\cdot\frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}} \tag{14}$$

的刃型位错阵列。这时相对位移为

$$\Delta u_c(x,t)=\frac{2d}{a}\cdot\sqrt{a^2-x^2}\cdot\int_0^t\dot{\varepsilon}_{xy}dt \tag{15}$$

3）由于自由面x=r的存在，它必然对上述两种原因产生的AB段的相对位移发生影响，即自由面会对此相对位移作用一个像力，相当于在断层滑移段两侧产生一附加应力场σ_{Im}。为了计算σ_{Im}，考虑$\Delta u_e(x)$和$\Delta u_c(x,t)$在整个滑移段的平均值：

$$\Delta u_a(t)=\frac{1}{2a}\left\{\int_{-a}^{+a}[\Delta u_e(x)+\Delta u_c(x,t)]dx\right\}$$

$$=\frac{\pi(1-\nu)\sigma a}{2\mu}+\frac{\pi d}{2}\int_0^t\dot{\varepsilon}_{xy}dt \tag{16}$$

作为一种近似，把它看作在自由面下r处的一个平均布格矢量大小为$\Delta u_a(t)$的刃型位错，则自由面对它作用的像力为：

$$F_{Im}=\frac{\mu(\Delta u_a)^2}{4\pi(1-\nu)r} \tag{17}$$

由此得

$$\sigma_{Im}=\frac{F_{Im}}{\Delta u_a}=\frac{\mu\Delta u_a}{4\pi(1-\nu)r}$$

$$=\frac{\sigma a}{8r}+\frac{\mu d}{8(1-\nu)r}\int_0^t\dot{\varepsilon}_{xy}dt \tag{18}$$

如果设断层物质为马克斯威尔体，即

$$\dot{\varepsilon}_{xy}=\frac{\sigma}{\eta_M} \tag{21}$$

η_M为断层物质的粘滞系数。则可得

$$\sigma_{Im}=\frac{\sigma a}{8r}+\frac{\mu d\sigma}{8(1-\nu)r}\frac{t}{\eta_M} \tag{22}$$

由上可见，滑移段AB上除受不变的有效构造剪应力作用外，还受到由于断层物质的蠕变形成的附加剪应力σ_t和由于自由面的存在而形成的附加剪应力σ_{Im}的作用。这两种附加剪应力都是时间的函数，随时间推移而增大。而且像力的作用还与滑移段到自由面的距离成反比。

至于地壳中根部蠕裂沿走向滑动的断裂，其中的滑移段可看作一个反平面剪切裂缝。它可用一定分布密度的螺型位错阵列来表示。这只须在上述讨论中将$\frac{1-\nu}{\mu}$用$\frac{1}{\mu}$代替，区域剪应力σ_{xy}用σ_{yz}代替即可。相应的附加剪应力公式为：

$$\sigma_t=\frac{d\mu}{a}\int_0^t\dot{\varepsilon}_{zy}dt \tag{23}$$

$$\sigma_{Jm}=\frac{\sigma a}{8r}+\frac{\mu d\sigma}{8\eta_M r}\cdot t \tag{24}$$

它们与σ_{zy}同方向。

讨　　论

1.实际地壳中的断层蠕滑是上述两种情况（平面剪切裂缝和反平面剪切裂缝）的组合。从以上分析可知，不论哪一种情况，断层中的已滑移段或地震时传播中的裂缝都要受到调整单元（自由面或软弱介质）对它作用的像力。即相当于附加了一个剪应力在断层上。从断裂力学观点来看，相当于增大了裂缝端部的应力强度因子。这样，断层上某段由于相对位移而形成的裂缝端部应力集中很高时，可以由于像力的作用从静止而开始运动；或从原来缓慢蠕裂传播而加速传播；或从原来直线传播而改变其传播方向拐向调整单元。可见，像力在

震源的运动过程中具有很大的意义。

2.像力的作用还与它在实际地壳中的量值有关。对于单个位错，由（7）式和（8）式可以估计像力的作用在滑移段断层处所相当的附加应力值。取 $\mu=10^{12}$达因/厘米^2，$b=10$厘米，$\nu=0.25$，$r=5$公里，可得：

$$\sigma_{yz}^{s}\approx 1.6\text{巴}, \qquad \sigma_{xy}^{c}\approx 2\text{巴}$$

可见，在地下5公里处，与此像力的作用相当的应力值为几巴。首先，这与地震发生时的应力降相比是不可忽视的。尤其在大地震就要发生的前夕，震源处应力达到很高，已处于即将运动的临界状态，此时像力对地震的触发作用便变得十分重要。其次，像力的这个数量级也不是大到以致于使地壳浅部的断裂稍一有错动就会不可遏止地失稳传播，而是在发生某种程度的相对位移后，同时也要有一个逐步增大的过程。这就使我们有可能从这个过程中找寻和提取某些前兆信息，作为短临预报的指标。

3.由前面的分析计算可以看出，不论位错原来的滑移平面相对于自由界面的方位如何，它所受到的像力都会使它的传播路径垂直地到达界面。也就是说，像力能使传播中的断裂改变其传播路径。这一点对于断裂传播的停止机制具有重要的意义。我们在[9]文中已指出过这一点。它进一步说明，调整单元的存在在地震的孕育、发生和停止的机制中都是必不可少的。

4.一般认为，地震时震源地方的断层错动是双力偶型。但安艺敬一指出，只有平推断层是双力偶型，而倾向滑动断层则是单力偶型[10]。其物理原因我们可以用像力的观点作如下初步解释。

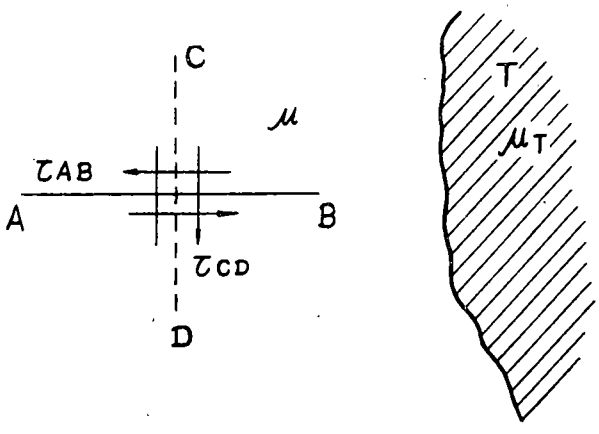

图 4　断层上的两对剪应力

设地壳介质（剪切模量μ）中有一断层AB，它的前方有一调整单元T，其剪切模量设为μ_T。在平衡时，有一对剪应力τ_{AB}作用在AB上，另一对剪应力τ_{CD}作用在与AB垂直的辅助面CD上，如图4所示。按剪应力互等定理，$\tau_{AB}=\tau_{CD}$。地震发生时这两对剪应力同时释放，即为双力偶型震源。若考虑调整单元的作用，如前所述，此调整单元必定作用一像力在AB上，它相当于在AB两侧作用一附加的剪应力τ_{Im}。此剪应力是迭加于τ_{AB}之上并与τ_{AB}同方向的。这时作用在断层AB上的一对剪应力变成：

$$\tau_{AB}^{t}=\tau_{AB}+\tau_{Im}$$

τ_{Im}的大小与μ，μ_T的相对大小有关，在界面近似为平面的情况下，它近似地与$\mu\left(\frac{\mu_T-\mu}{\mu_T+\mu}\right)$成正比（见前面（5）式）。对于平推断层，它前方的调整单元是另一较软弱的介质，μ_T与μ相差不会太大，因而AB所受T的像力是较小的。附加应力τ_{Im}亦比较小，$\tau_{AB}^{t}\approx\tau_{AB}$，地震发

生时断层错动释放的基本上仍是τ_{AB}与τ_{CD}，即为双力偶型。但对于倾滑断层，界面是自由面，前方的调整单元是空气，$\mu_T=0$。这时自由面作用的像力就比前一种情况大得多。因而AB上附加的剪应力τ_{Im}就很大，且随着断裂接近地表，τ_{Im}急剧增大，$\tau'_{AB}\gg\tau_{CD}$，地震错动时释放的两对剪应力中，其中一对比另一对大很多，即基本上形成单力偶型震源。对于倾滑型浅源地震尤其是这样。这是因为浅源地震断层开始错动失稳传播时，它所受到的自由面的像力就很大的缘故。如果断层面与垂直方向的夹角为α，则像力在断层面内的分量为$F_{Im}\cos\alpha$。可见α愈大即断层与地面夹角愈小时，震源愈接近于双力偶型。

对于没有达到地表的倾滑型断层错动，调整单元为上部岩层，然后才是自由表面。在这种情况下，断层错动时由于像力作用附加在断层上的剪应力相对地较小。因此，震源的单力偶型表现不明显。

5.像力的动态效应　像力是自由面对位错的作用，也可以看作位错所产生的应力场通过自由面对其自身的反馈。对于实际地壳中的一个向自由面传播的断裂来说，由(22)式可以看出，因为断裂的长度a和它到自由面的距离r都是时间t的函数，所以它所受的像力与t^n成正比，$n>1$，即随着时间的推移好象有一种正反馈的过程作用在它上面一样。当其前缘的应力强度因子超过临界值时，就会发生失稳传播形成地震。因此临震前断裂传播的动态应力场变化十分剧烈，它在对应的自由面（或调整单元）会产生相应的反应，形成相应的前兆。正如我们〔9〕文中已经指出的，这使得地壳中大大小小的弱区和蠕滑断层都成了监视地壳中断裂传播和预滑段传播的窗口。从理论上和实践上进一步研究这种动态效应与前兆的关系，将有助于大震的临震预报。

参　考　文　献

〔1〕付承义，地震预告的几个问题，科学通报，1963.
〔2〕郭增建等，震源孕育模式的初步讨论，地球物理学报，№.1，1973.
〔3〕兰州地震大队，关于震源问题的讨论，地震战线，№.8，1971.
〔4〕Dieterrich, J.H., Geological Survey Research, P227, 1976.
〔5〕Head, A. K., Phil. Mag, Vol.44, P44, 1953.
〔6〕Kovacs, I. and L.Zsoldos, Dislocations and Plastic Deformation, Pergaman Press.
〔7〕Bilby, B.A.and J.D.Eshelby, Dislocation and The Theory of Fracture, In "Fracture" Vol.II, (H.Liebowity ed.)
〔8〕庄昆元，刘文龙，地震孕育的局部内应力源模式，地震学报，Vol.3，№.4,1981.
〔9〕秦保燕、荣代潞，像力在震源过程和地震短临预报中的作用，西北地震学报，Vol.3，№.2，1981.
〔10〕郭增建、秦保燕，震源物理，地震出版社，1979.
〔11〕Н.И.МУСХЕЛШВИЛИ，数学弹性力学中的几个基本问题，赵惠元译，科学出版社，1958.
〔2〕徐芝伦编，弹性力学，人民教育出版社，1979.

附 录

A.有关弹性位错的一些基本关系式[6]

a）无限均匀各向同性介质中直线螺旋位错的应力场：

坐标选取如图A（1），布格矢量$\vec{b}$（0，0，b），产生的应力场不为零的分量为：

$$\sigma_{zx}=-\frac{\mu b}{2\pi}\cdot\frac{y}{x^2+y^2}\qquad \sigma_{zy}=\frac{\mu b}{2\pi}\cdot\frac{x}{x^2+y^2}\tag{A1}$$

在柱坐标中，不为零的应力分量为：

$$\sigma_{\theta z}=\frac{\mu b}{2\pi}\cdot\frac{1}{r}\tag{A2}$$

b）直线刃型位错的应力场（图A（2））：

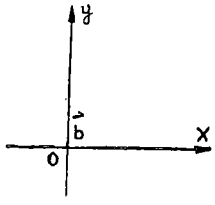

图 A（1）

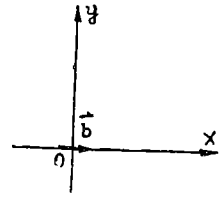

图 A（2）

位错布格矢量$\vec{b}$（b，0，0），产生的应力场不为零的分量为，

$$\begin{cases}\sigma_x=A\dfrac{y(3x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^2}\\[2ex]\sigma_y=-A\dfrac{y(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}\\[2ex]\sigma_{xy}=-A\dfrac{x(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}\\[2ex]\sigma_z=2A\nu\dfrac{y}{x^2+y^2}\end{cases}\tag{A3}$$

其中$A=-\dfrac{\mu b}{2\pi(1-\nu)}$，ν为介质泊松比。

在柱坐标中，不为零的应力分量为：

$$\begin{cases}\sigma_r=\sigma_\theta=-\dfrac{\mu b}{2\pi(1-\nu)}\cdot\dfrac{\sin\theta}{r}\\[2ex]\sigma_{r\theta}=\dfrac{\mu b}{2\pi(1-\nu)}\cdot\dfrac{\cos\theta}{r}\end{cases}\tag{A4}$$

如果此刃型位错布格矢量与x轴夹角α（图A（3））， 则可将$\vec{b}$分解为x轴上和y 轴上

的布格矢量分别为bcosα，bsinα的两个位错。空间一点的应力场等于这两个位错产生的应力场的迭加。

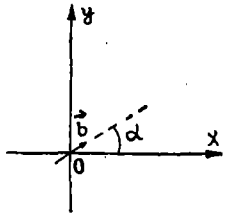

图　A（3）

$$\begin{cases} \sigma_x = A\left[\dfrac{y(3x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^2}\cos\alpha + \dfrac{x(y^2-x^2)}{(x^2+y^2)^2}\sin\alpha\right] \\ \sigma_y = -A\left[\dfrac{y(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}\cos\alpha + \dfrac{x(3y^2+x^2)}{(x^2+y^2)^2}\sin\alpha\right] \\ \sigma_{xy} = -A\left[\dfrac{x(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}\cos\alpha + \dfrac{y(y^2-x^2)}{(x^2+y^2)^2}\sin\alpha\right] \end{cases} \tag{A5}$$

c）作用在位错上的力。

一个布格矢量为$\vec{b}$的位错处于一个应力场〔σ〕中，作用在此位错单位位错线上的力为：

$$\vec{F} = [\sigma]\vec{b} \times \vec{t} \tag{A6}$$

其中$\vec{t}$为位错线方向的单位矢量，〔σ〕为外应力场张量

$$[\sigma] = \begin{pmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

对于x 轴上的直线刃型位错，$\vec{b} = (b, 0, 0)$，$\vec{t} = (0, 0, 1)$，则有

$$F_x = \sigma_{xy}b,\ F_y = -\sigma_x b,\ F_z = 0 \tag{A7}$$

对于Z 轴上的直线螺型位错$\vec{b} = (0, 0, b)$，$\vec{t} = (0, 0, 1)$，则有

$$F_x = \sigma_{yz}b,\ F_y = -\sigma_{xz}b,\ F_z = 0 \tag{A8}$$

d）位错的能量：

一个位错单位长度位错线的内能为：

$$U = \frac{1}{2}\vec{b}\int [\sigma]d\vec{F} \tag{A9}$$

此处〔σ〕为这个位错产生的应力场张量，$d\vec{F}$为形成此位错所作的切割面的面元向量，方向为此面元的外法线矢量方向。

B.位错所受自由表面的像力

a）位错线平行于平面自由表面的伏尔泰拉螺旋型位错所受自由表面的像力：

坐标选择如图B（1）所示，y—z平面为自由面。设有一螺型位错位于s（r，0，0），布格矢量$\vec{b}$（0，0，b）。

选择一像位错位于s′（－r，0，0）布格矢量$\vec{b}'$（0，0，－b）。

位错s在自面由x＝0上产生的应力场：

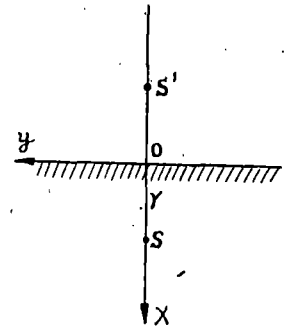

图　B（1）

$$\begin{cases} \sigma_{zx}^{s}(0,\ y) = -\dfrac{\mu b}{2\pi}\cdot\dfrac{y}{r^2+y^2} \\ \sigma_{zy}^{s}(0,\ y) = -\dfrac{\mu b}{2\pi}\cdot\dfrac{r}{r^2+y^2} \end{cases}$$

像位错s′在自由面上产生的应力场：

$$\begin{cases} \sigma_{zx}^{s'}(0,\ y) = \dfrac{\mu b}{2\pi}\cdot\dfrac{y}{r^2+y^2} \\ \sigma_{zy}^{s'}(0,\ y) = -\dfrac{\mu b}{2\pi}\cdot\dfrac{r}{r^2+y^2} \end{cases}$$

可见在自由面上的合应力场是：

$$\begin{cases} \sigma_{zx}(0,\ y) = 0 \\ \sigma_{zy}(0,\ y) = -\dfrac{\mu b}{\pi}\cdot\dfrac{r}{r^2+y^2} \end{cases}$$

其余应力分量为零。它满足了表面的应力自由边界条件，即$\sigma_x = 0$，$\sigma_{xz} = 0$，$\sigma_{xy} = 0$。这时s所受自由面的像力即为s′对它的作用力：

$$\begin{cases} F_x = \sigma_{zy}^{s'}(r,\ 0)\cdot b = -\dfrac{\mu b^2}{4\pi r} \\ F_y = \sigma_{zx}^{s'}(r,\ 0)\cdot b = 0 \end{cases}$$

负号表示与x方向相反，即指向自由面。

作为例子，再用能量方法求。

由（A9）式 $U = \frac{1}{2}\vec{b}\int[\sigma]\,d\vec{F}$，在本问题中，$\vec{b} = (0,\ 0,\ b)$，$d\vec{F} = (0,\ dxdz,\ 0)$，（由0到$x = r$作切割面），且介质中的总应力场张量为：

$$[\sigma] = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & \sigma_{xz} \\ 0 & 0 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & 0 \end{Bmatrix}$$

代入（A9）式，只有一项不为零，

$$U = \frac{1}{2}b\left[\int_0^{r-r_0}\sigma_{zy}|_{y=i}\,dx\right]$$

r_0为位错内核半径，因求单位长度位错线的能量故有$\int dz = 1$。

而 $$\sigma_{zy}|_{z=i} = \frac{\mu b}{2\pi}\left(\frac{1}{x+r} + \frac{1}{r-x}\right)$$

$$\therefore\quad U = \frac{\mu b^2}{4\pi}\left[\ln\left(\frac{2r}{r_0} - 1\right)\right]$$

由此求得位错所受像力：

$$F_{im} = -\frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{\mu b^2}{4\pi r}$$

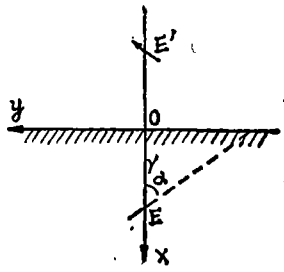

图　B（2）

b）刃型位错所受平面自由表面的像力

如图B（2），平面自由面下E（r，0，0）处有一刃型位错，位错线平行于自由面，布格矢量$\vec{b}$与x轴负方向夹角α，即

$$\vec{b}=b(-\cos\alpha,\ -\sin\alpha,\ 0)$$

在E的镜像点E′设置像位错，其布格矢量$\vec{b'}=b(-\cos\alpha,\ \sin\alpha,\ 0)$。E在界面x＝0上产生的应力场为：

$$\begin{cases}\sigma_{xE}(0,y)=A\left[-\cos\alpha\dfrac{y(3r^2+y^2)}{(r^2+y^2)^2}+\sin\alpha\dfrac{r(y^2-r^2)}{(r^2+y^2)^2}\right]\\ \sigma_{yE}(0,y)=A\left[\cos\alpha\dfrac{y(r^2-y^2)}{(r^2+y^2)^2}-\sin\alpha\dfrac{r(3y^2+r^2)}{(r^2+y^2)^2}\right]\\ \sigma_{xyE}(0,y)=A\left[-\cos\alpha\dfrac{r(r^2-y^2)}{(rs+y^2)^2}+\sin\alpha\dfrac{y(y^2-r^2)}{(r^2+y^2)^2}\right]\end{cases}$$

E′在界面上产生的应力场：

$$\begin{cases}\sigma_{xE'}(0,y)=A\left[-\cos\alpha\dfrac{y(3r^2+y^2)}{(r^2+y^2)^2}+\sin\alpha\dfrac{r(y^2-r^2)}{(r^2+y^2)^2}\right]\\ \sigma_{yE'}(0,y)=A\left[\cos\alpha\dfrac{y(r^2-y^2)}{(r^2+y^2)^2}-\sin\alpha\dfrac{r(3y^2+r^2)}{(r^2+y^2)^2}\right]\\ \sigma_{xyE'}(0,y)=A\left[\cos\alpha\dfrac{r(r^2-y^2)}{(r^2+y^2)^2}-\sin\alpha\dfrac{y(y^2-r^2)}{(r^2+y^2)^2}\right]\end{cases}$$

由此可得E，E′在界面上的合应力场为：

$$\begin{cases}\sigma_x(0,y)=2\sigma_{xE}\\ \sigma_y(0,y)=2\sigma_{yE}\\ \sigma_{xy}(0,y)=0\end{cases}$$

可见界面上的剪应力已经为零，但还存在正应力$\sigma_x(0,y)$，因此要使界面成为自由面，还必须加分布力

$$q(y)=-\sigma_x(0,y)=2A\left[\frac{y(3r^2+y^2)}{(r^2+y^2)^2}\cos\alpha-\frac{r(y^2-r^2)}{(r^2+y^2)^2}\sin\alpha\right]$$

此分布力在介质内产生的应力场[12]：

$$\begin{cases}\sigma_{x\bar{q}}=-\dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{qx^3d\zeta}{[x^2+(y-\zeta)^2]^2}\\ \sigma_{y\bar{q}}=-\dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{q\times(y-\zeta)^2d\zeta}{[x^2+(y-\zeta)^2]^2}\\ \sigma_{xy\bar{q}}=-\dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{qx^2(y-\zeta)d\zeta}{[x^2+(y-\zeta)^2]^2}\end{cases}$$

将q的表达式代入，其中的y用ζ代替。因只要计算此分布力在E处产生的应力场，故可令x＝r，y＝0。再考虑到若被积函数是奇函数，则从$-\infty\longrightarrow+\infty$的积分为零。最后可得：

$$\begin{cases} \sigma_{x\bar{q}}(r,\ 0) = \dfrac{4Ar^4\sin\alpha}{\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{\zeta^2-r^2}{(r^2+\zeta^2)^4}d\zeta \\ \sigma_{y\bar{q}}(r,\ 0) = \dfrac{4Ar^2\sin\alpha}{\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{\zeta^2(\zeta^2-r^2)}{(r^2+\zeta^2)^4}d\zeta \\ \sigma_{xy\bar{q}}(r,\ 0) = \dfrac{4Ar^2\cos\alpha}{\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty}\dfrac{\zeta^2(3r^2+\zeta^2)}{(r^2+\zeta^2)^4}d\zeta \end{cases}$$

对于上面表达式中的三个积分，可以用留数定理进行计算，结果是：

$$I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\zeta^2-r^2}{(r^2+\zeta^2)^4}d\zeta = -\frac{\pi}{4r^5}$$

$$I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\zeta^2(\zeta^2-r^2)}{(r^2+\zeta^2)^4}d\zeta = 0$$

$$I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\zeta^2(3r^2+\zeta^2)}{(r^2+\zeta^2)^4}d\zeta = -\frac{\pi}{4r^3}$$

由此得：

$$\sigma_{x\bar{q}}(r.0) = -\frac{A\sin\alpha}{r},\quad \sigma_{y\bar{q}}(r.0) = 0,\quad \sigma_{xy\bar{q}}(r.0) = -\frac{A}{r}\cos\alpha$$

此应力场对位错E的作用力：

$$\vec{F}_{i\bar{m}}^{\bar{q}} = [\sigma]\ \vec{b}\times\vec{t}$$

其中

$$[\sigma] = \begin{pmatrix} \sigma_{x\bar{q}} & \sigma_{xy\bar{q}} & 0 \\ \sigma_{xy\bar{q}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{z\bar{q}} \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = -b(\cos\alpha,\ \sin\alpha,\ 0)$$

$\vec{t} = (0,\ 0,\ 1)$，代入求得：

$$F_{i\bar{m}x}^{\bar{q}} = \frac{Ab}{r}\cos^2\alpha,\quad F_{i\bar{m}y}^{\bar{q}} = 0$$

下面还须计算像位错E′对E的作用力。E′在E处（r.0）产生的应力场：

$$\begin{cases} \sigma_{xE'}(r,\ 0) = -\dfrac{A\sin\alpha}{2r} \\ \sigma_{yE'}(r,\ 0) = -\dfrac{A\sin\alpha}{2r} \\ \sigma_{xyE'}(r,\ 0) = \dfrac{A\cos\alpha}{2r} \end{cases}$$

同样代入作用力的公式，求得：

$$F_{i\bar{m}x}^{E'} = -b\left(\frac{A\cos^2\alpha}{2r} - \frac{A\sin^2\alpha}{2r}\right),\quad F_{i\bar{m}y}^{E'} = 0。$$

位错E所受的总的作用力：

$$\begin{cases} F_{i.mx} = F_{i\bar{m}x}^{\bar{q}} + F_{i\bar{m}x}^{E'} = -\dfrac{\mu b^2}{4\pi(1-\gamma)r} \\ F_{imy} = F_{i\bar{m}y}^{\bar{q}} + F_{i\bar{m}y}^{E'} = 0 \end{cases}$$

这就是平面自由表面对刃型位错E作用的像力。

c)介质中的园柱型空腔自由表面对螺型位错作用的像力：

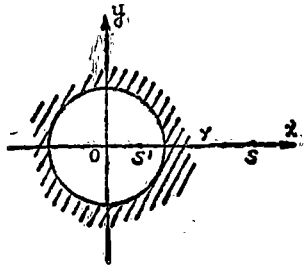

图　B（3）

如图B（3），园柱半径R，os＝r，园柱轴为z 轴。设园柱足够长，故可当成平面问题来处理。

在S对园心O的共轭点S′设置一位错，位错S′的布格矢量与S大小相等，方向相反。$OS' = \frac{R^2}{r}$。位错S 产生的应力场：

$$\sigma_{zx}^{s} = -\frac{\mu b}{2\pi}\cdot\frac{y}{(x-r)^2+y^2},$$

$$\sigma_{zy}^{s} = \frac{\mu b}{2\pi}\cdot\frac{x-r}{(x-r)^2+y^2}$$

位错S′产生的应力场：

$$\sigma_{zx}^{s'} = \frac{\mu b}{2\pi}\cdot\frac{y}{\left(x-\frac{R^2}{r}\right)^2+y^2},\qquad \sigma_{zy}^{s'} = -\frac{\mu b}{2\pi}\cdot\frac{x-\frac{R^2}{r}}{\left(x-\frac{R^2}{r}\right)^2+y^2}$$

合应力场为：

$$\begin{cases} \sigma_{zx} = \dfrac{\mu b}{2\pi}\left[\dfrac{-y}{(x-r)^2+y^2} + \dfrac{y}{\left(x-\frac{R^2}{r}\right)^2+y^2}\right] \\[2ex] \sigma_{zy} = \dfrac{\mu b}{2\pi}\left[\dfrac{x-r}{(x-r)^2+y^2} - \dfrac{x-\frac{R^2}{r}}{\left(x-\frac{R^2}{r}\right)^2+y^2}\right] \end{cases}$$

其余应力分量为零。变换为园柱坐标中的表达式：

$$\sigma_r = 0,\ \sigma_{r\theta} = 0,\ \sigma_\theta = 2\sigma_{zx}\cos\theta\sin\theta$$

$$\sigma_z = 2\sigma_{yz}\cos\theta\sin\theta,\ \sigma_{\theta z} = \sigma_{yz}\cos\theta - \sigma_{xz}\sin\theta$$

$$\sigma_{zr} = \sigma_{yz}\sin\theta + \sigma_{xz}\cos\theta$$

在园柱界面上的应力分量为σ_r，$\sigma_{r\theta}$，σ_{zr}，

$$\sigma_{zr} = \frac{\mu b}{2\pi}\left[\frac{(x-r)\sin\theta}{(x-r)^2+y^2} - \frac{\left(x-\frac{R^2}{r}\right)\sin\theta}{\left(x-\frac{R^2}{r}\right)^2+y^2}\right.$$

$$\left. + \frac{y\cos\theta}{\left(x-\frac{R^2}{r}\right)^2+y^2} - \frac{y\cos\theta}{(x-r)^2+y^2}\right]$$

用$x = R\cos\theta$，$y = R\sin\theta$，$x^2+y^2 = R^2$代入化简得：

$$\sigma_{zr}\big|_{界面上} = 0$$

因此E位错所受园柱自由表面的像力即为位错E′对它的作用力：

$$F^{E}_{im}=\frac{\mu b}{2\pi}\cdot\frac{1}{r-\frac{R^2}{r}}=\frac{\mu b}{2\pi}\cdot\frac{r}{r^2-R^2}$$

方向指向园心0。

d）介质中的园柱形空腔表面对刃型位错作用的像力：

先分别考虑位错布格矢量与X轴重合和与X轴垂直的位错。

①如图B（4），X轴上有一刃型位错，$\vec{b}=(b,0,0)$，位于点E_1，$OE_1=r$。我们可以写出E的应力场在直角坐标中的表达式，然后变换为以0为园心的极坐标中去，得应力分量σ_r，σ_θ，$\sigma_{r\theta}$，在空腔表面的应力为σ_r，$\sigma_{r\theta}$，且有$X=R\cos\theta$，$y=R\sin\theta$，则在界面上σ_r，$\sigma_{r\theta}$只为θ的函数，为使此界面满足应力自由边界条件，须在其上加分布径向力N和分布切向力T：

$$N=-\sigma_r=f_1(\theta)\qquad T=-\sigma_{r\theta}=f_2(\theta)$$

这样就构成一个带有园孔的无限平面的第一基本问题，可以用ワ级数的方法求解[11]。求出此分布力产生的应力场后即可计算出此应力场对位错作用的力，此即为自由边界对位错E_1作用的像力。

②对于垂直于X轴的一个刃型位错E_2（图B（5）），可以应用坐标变换的方法同样求

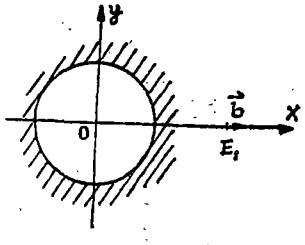

图 B（4）

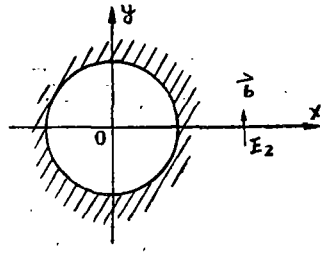

图 B（5）

解，得出园柱形的自由边界对它作用的像力。

对于布格矢量$\vec{b}$与x轴夹α角的一般情形，为上述两种情况的迭加，其一布格矢量为$b\cos\alpha$，另一为$b\sin\alpha$。

e）椭园截面的柱形空腔表面对螺型位错作用的像力。

如图B（6），椭园长短轴分别为a和d，有一螺型位错位于s，$Os=r$，其位错线平行于椭园柱的轴，布格矢量$\vec{b}$。

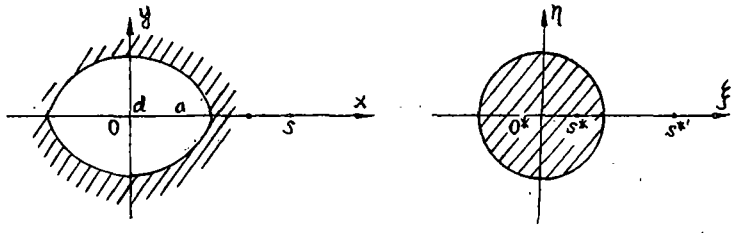

图 B（6）

采用变换 $z=\omega(\zeta)=R\left(\frac{1}{\zeta}+m\zeta\right)$，其中$z=x+iy$，$\zeta=\xi+i\eta$，$R=\frac{1}{2}(a+d)$

$m=\frac{a-d}{a+d}$，将椭园边界变换为ζ平面上的单位园0*，椭园内的区域变换为ζ平面上园0*外的区域。

设$\zeta=\rho e^{i\theta}$，得

$$x=R\left(\frac{1}{\rho}+m\rho\right)\cos\theta,\quad y=-R\left(\frac{1}{\rho}-m\rho\right)\sin\theta$$

对于X轴上一点S，$X_s=r$，它变换成ξ轴上一点S*，$\xi_{s*}=r^*$，

$$r=R\left(\frac{1}{r^*}+mr^*\right)\qquad(\theta=0)$$

由此式解得：

$$r^*=\frac{r}{2mR}\left(1+\sqrt{1-4m\frac{R^2}{r^2}}\right)$$

在ζ平面内，为求S*所受像力，在其共轭点S*′设置像位错，$\xi_{s*'}=\frac{1}{r^*}$ 则S*所受像力为：

$$F_{im}=\frac{\mu b^2}{2\pi}\left(\frac{1}{\xi_{s*'}-\xi_{s*}}\right)=\frac{\mu b^2}{2\pi}\left(\frac{r^*}{1-r^{*2}}\right)$$

将r*代入就得z平面内位于s的螺型位错所受椭园自由面的像力：

$$F_{im}=\frac{\mu b^2}{2\pi}\left\{\frac{\frac{r}{2mR}\left(1+\sqrt{1-4m\frac{R^2}{r^2}}\right)}{1-\frac{r^2}{4m^2R^2}\left(1+\sqrt{1-4m\frac{R^2}{r^2}}\right)^2}\right\}$$

方向指向中心0

如果螺型位错不位于椭园的长，短轴延长线上而是位于任一点M（图B（7）），这时仍可由变换：

$$\begin{cases}x_M=R\left(\frac{1}{\rho_{M*}}+m\rho_{M*}\right)\cos\theta_{M*}\\ y_M=-R\left(\frac{1}{\rho_{M*}}-m\rho_{M*}\right)\sin\theta_{M*}\end{cases}$$

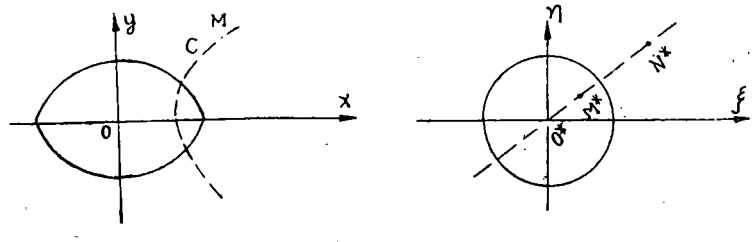

图　B（7）

解得ρ_{M*}，θ_{M*}，从而定出ζ平面上的对应点M*，它的像位错为N*，可求出M*所受的像力，从而求出M所受椭园边界的像力。关于此像力的方向，M*受N*的作用力沿射线0*N*方向，我们知道，ζ平面上的射线0*N*对应Z平面上曲线C故M所受像力的方向沿曲线C在M点的切线方向。这就是说，位错在像力的作用下的可能的运动路径为曲线C，此曲线在边界处是和椭园界面正交的，因而在像力作用下，位错仍将垂直地到达椭园自由边界。

对于具有椭园孔的介质中的刃型位错，情形稍复杂一些，但讨论的原则是相同的。

THE IMAGE FORCE AND ITS APPLICATION TO EARTHQUAKE SOURCE PROCESS

Rong Dai-lu
(The Seismological Institute of Lanzhou)

Abstract

By applying the conception of image force acted on dislocation by free surface in solid physics, in this paper the following topics have been discussed: the effects of adjustmentary elements on the creep fracture of the fault in earthquake source, the propagation of creep slip just before earthquake in the locked fault and unsteady propagation of crack when earthquake occurs. The formulas of the image force acted on screw and edge dislocations by several different shape free-boundaries have been derived. As an example, the additional stress field on the fault due to the image force of free surface when the relative displacement of a section of the fault in earthquake source occurs has been calculated. The order of this additional stress field has been estimated under the actual condition. We come to the conclusion that the effects of image force can not be ignored in earthquake source process, particularly, in studying the trigger effects on large earthquake. Based on the point of image force, some phenomena following when the earthquake occurs have been interpreted. Studying the dynamic effects of image force would be helpful for catching some short-term and immediate precursors imformation.