

关于地震预报的综合概率模式

本文试图探索在现有各种预报手段的基础上逐渐形成一种比较客观、比较定量的综合预报技术的可能性, 并提出一种地震预报的综合概率模式, 供地震部门参考, 并希望广大地震预报工作者能对这个问题展开讨论。

1969年日本著名地震学者力武常次提出了用概率论方法综合各种地震预报要素, 定量地进行地震预报的问题, 并给出了综合概率的公式, 但没有给予数学上的论证^[1]。1970年获原幸男^[2]对力武常次的综合概率公式作了数学推演。然而他对力武常次的综合概率公式中之符号的含义所作的解释, 是值得商榷的。

本文将重新给出综合概率公式的推导, 并且对公式中的符号赋予新的含义, 然后用一个例子来说明运用综合概率公式进行综合预报的可能性, 最后指出要使这种综合预报技术付诸实施尚待解决的若干问题。

令集合B表示地震, 按震级*将B划分为n个子集, 记B的子集为 B_i ($i=1, 2, \dots, n$), 显然可使这种划分满足

$$B = \sum_{i=1}^n B_i \quad (1)$$

$$B_i \cdot B_j = 0 \quad (i \neq j) \quad (2)$$

若记地震预报要素为 A_j ($j=1, 2, \dots, k$), 令 $P(B_i|A_j)$ 表示在 A_j 条件下 B_i 发生的条件概率, 于是 $\sum_{i=1}^n P(B_i|A_j) = 1$, 注意这里是对单一要素 A_j 而言的。但在地震预报实践中更为关心的问题是: 求在 $A_1, A_2, \dots, A_k$ 诸条件同时存在下 B_i 发生的条件概率 $P(B_i|A_1 A_2 \dots A_k)$, 当然应有 $\sum_{i=1}^n P(B_i|A_1 A_2 \dots A_k) = 1$ 。

要直接求 $P(B_i|A_1 A_2 \dots A_k)$ 是非常困难的, 下面试图把多要素条件下的 $P(B_i|A_1 A_2 \dots A_k)$ 用单一要素条件下的 $P(B_i|A_j)$ 来表示, 换言之, 就是要确定

$$P(B_i|A_1 A_2 \dots A_k) = F[P(B_i|A_1), P(B_i|A_2), \dots, P(B_i|A_k)] \quad (3)$$

的具体函数形式F。

为简单起见, 先讨论只有两个要素 A_1 和 A_2 的情形:

依照条件概率的定义, 有

$$P(B_s|A_1 A_2) = \frac{P(B_s A_1 A_2)}{P(A_1 A_2)}, \quad S=1, 2, \dots, n \quad (4)$$

*原则上也可按发震时间或发震地区来对B进行划分。

因为

$$A_1 A_2 = A_1 A_2 \sum_{i=1}^n B_i = \sum_{i=1}^n B_i A_1 A_2$$

又

$$B_i \cdot B_j = 0 \quad (i \neq j)$$

所以

$$(B_i A_1 A_2) \cdot (B_j A_1 A_2) = 0 \quad (i \neq j)$$

故

$$\begin{aligned} P(A_1 A_2) &= P\left(\sum_{i=1}^n B_i A_1 A_2\right) \\ &= \sum_{i=1}^n P(B_i A_1 A_2) \\ &= \sum_{i=1}^n P(A_1 A_2 | B_i) \cdot P(B_i) \end{aligned}$$

若设在 B_i 条件下 A_1 和 A_2 相互条件独立, 即

$$P(A_1 A_2 | B_i) = P(A_1 | B_i) \cdot P(A_2 | B_i), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

就有 $P(B_i A_1 A_2) = P(A_1 A_2 | B_i) \cdot P(B_i) = P(A_1 | B_i) \cdot P(A_2 | B_i) \cdot P(B_i)$

$$= P(A_1) \frac{P(B_i | A_1)}{P(B_i)} \cdot P(A_2) \frac{P(B_i | A_2)}{P(B_i)} \cdot P(B_i)$$

把它代入 (4) 式得

$$\begin{aligned} P(B_s | A_1 A_2) &= \frac{P(A_1) \frac{P(B_s | A_1)}{P(B_s)} P(A_2) \frac{P(B_s | A_2)}{P(B_s)} \cdot P(B_s)}{\sum_{i=1}^n P(A_1) \frac{P(B_i | A_1)}{P(B_i)} P(A_2) \frac{P(B_i | A_2)}{P(B_i)} \cdot P(B_i)} \\ &= \frac{\frac{P(B_s | A_1)}{P(B_s)} \cdot \frac{P(B_s | A_2)}{P(B_s)} \cdot P(B_s)}{\sum_{i=1}^n \frac{P(B_i | A_1)}{P(B_i)} \cdot \frac{P(B_i | A_2)}{P(B_i)} \cdot P(B_i)} \quad (6) \end{aligned}$$

令

$$\left. \begin{aligned} W_0(i) &= P(B_i) \quad (\text{称为预备概率或基础概率}) \\ W_1(i) &= \frac{P(B_i | A_1)}{P(B_i)} \\ W_2(i) &= \frac{P(B_i | A_2)}{P(B_i)} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

则 (6) 式可记为:

$$P(B_s | A_1 A_2) = \frac{W_0(s) W_1(s) W_2(s)}{\sum_{i=1}^n W_0(i) W_1(i) W_2(i)}, \quad s = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

一般地, 对 K 个要素的情形, 只要将假设 (5) 改为

$$P(A_1 A_2 \dots A_K | B_i) = P(A_1 | B_i) \cdot P(A_2 | B_i) \dots P(A_K | B_i) \quad (9)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

即在 B_i 条件下 $A_1, A_2, \dots, A_K$ 相互条件独立。这时我们可得到

$$P(B_s | A_1 A_2 \dots A_K) = \frac{W_0(s) W_1(s) \dots W_K(s)}{\sum_{i=1}^n W_0(i) W_1(i) \dots W_K(i)}, \quad s = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} W_0(i) &= P(B_i) \\ W_j(i) &= \frac{P(B_i|A_j)}{P(B_i)}, i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, k \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

公式(10)在形式上与力武常次的综合概率公式是一致的。

下面通过一个例子来说明把综合概率公式(10)、(11)应用于地震预报的可能性。

设要预报某地区在未来一个月内发生地震的震级,把地震的集合B按震级划分为 B_1 、 B_2 、 B_3 和 B_4 :

B_1 大震($M \geq 6$)

B_2 中震($6 > M \geq 4\frac{1}{2}$)

B_3 小震($4\frac{1}{2} > M \geq 3$)

B_4 无震($M < 3$)

在无任何前兆资料的情况下,假设根据历史地震资料的分析得出预备概率为:

$$P(B_1) = 0.001$$

$$P(B_2) = 0.005$$

$$P(B_3) = 0.010$$

$$P(B_4) = 0.984$$

现已有三种地震预报要素 A_1 、 A_2 和 A_3 例如(分别是地形变、地磁和水氡),每一种预报要素对发震可能性提出的预报意见存在很大分歧,例如有

$$P(B_1|A_1) = 0.85, P(B_1|A_2) = 0.04, P(B_1|A_3) = 0.01$$

$$P(B_2|A_1) = 0.10, P(B_2|A_2) = 0.90, P(B_2|A_3) = 0.15$$

$$P(B_3|A_1) = 0.04, P(B_3|A_2) = 0.05, P(B_3|A_3) = 0.80$$

$$P(B_4|A_1) = 0.01, P(B_4|A_2) = 0.01, P(B_4|A_3) = 0.04$$

显然,若按 A_1 应报大震,若按 A_2 应报中震,而按 A_3 则应报小震,要协调上述预报意见是很难办到的。

如果利用(10)、(11)两式来计算,可得:

$$P(B_1|A_1A_2A_3) = 0.38$$

$$P(B_2|A_1A_2A_3) = 0.60$$

$$P(B_3|A_1A_2A_3) = 0.02$$

$$P(B_4|A_1A_2A_3) = 0$$

这就是说,根据历史地震资料及预报要素 A_1 、 A_2 和 A_3 ,应发出如下的综合预报意见:在未来一个月内该地区发生中震($6 > M > 4\frac{1}{2}$)的可能性是60%左右。

当然,这种综合预报技术尚有一系列问题需待解决才能付诸实施:

1. 必须通过历史地震资料的分析求预备概率 $W_0(i)$

例如,如果地震事件的分布近似服从泊松分布,那么原则上^[3]可通过下式求得在0—t时间内至少发生一次 B_i 事件的概率

$$P(B_i) = 1 - e^{-\bar{N}}$$

其中 $\bar{N}$ 是单位时间内 B_i 事件平均出现次数。

2. 必须通过对前兆观测资料的深入分析求出相应的 $W_j(i)$

由于相对而言,对单要素的 $P(B_i|A_j)$ 是比较有可能求到的,所以应大力研究获得 $P(B_i|A_j)$ 的具体途径,使单要素的预报进入更定量的阶段。

3. 否决权问题

注意(10)式的结构, 如果某个 $W_j(S) = 0$ 就将导致 $P(B_s|A_1A_2\cdots A_k) = 0$, 这意味着某预报要素行使了否决权。但在目前的预报水平下, 应力求避免简单使用否决权, 可赋予 $P(B_s|A_j)$ 为较小的数值(例如0.01)来处理。当然一旦研究工作比较成熟时, 否决权的使用仍是有益的。

4. 权重问题

各预报要素对地震预报的贡献是不尽相同的。在公式(10)中各预报要素处于平等(等权)地位, 当在预报实践中发现某些预报要素对预报贡献较大时, 可把(10)式之诸项适当加权。至于权重的安排则可通过模糊数学的方法⁽⁴⁾来处理。

5. 前提条件(9)式是否成立

公式(10)是以条件(9)成立为前提的, 而要判断在 B_i 条件下 $A_1, A_2, \cdots, A_k$ 是否相互条件独立, 则应通过对前兆观测资料进行一系列统计检验来加以论证。

经过不断的实践, 这种综合预报方法在经过改进后有可能付诸实用。而且原则上也可将这种综合预报技术应用于诸如太阳活动、气象、水文等预报业务中。

(厦门大学 蔡经球)

(本文1983年4月1日收到)

参 考 文 献

- [1] 力武常次, 地震发生时间和震级的预报, 东京大学地震研究所汇报, Vol. 47, No. 1, 1969.
- [2] 获幸幸男, 力武常次“地震发生时间和震级的预报”一文中的综合概率, 地震, Vol. 23, No. 2, 1970.
- [3] 李启斌, 多条件综合概率预报, 北京天文台台刊, No. 2, 1973.
- [4] 蔡经球, 利用模糊数学方法探索地震的综合预报问题, 西北地震学报, Vol. 4, No. 1, 1982.

ON SYNTHETIC PROBABILITY MODEL FOR EARTHQUAKE PREDICTION

Cai Jingqiu

(Xiamen University, Xiamen, China)