第9卷（增刊）　　西 北 地 震 学 报　　Vol.9
1987年　　NORTHWESTERN SEISMOLOGICAL JOURNAL　　1987

黄土边坡的地震稳定性评判

张　建　设
（国家地震局兰州地震研究所）

一、前言

历史震害资料表明，由地震诱发的滑坡带来的次生灾害是很严重的，如1654年和1718年在天水、通渭发生的两次8级大震都引起了大面积滑坡，造成了极大危害。现今，在我国西北的一些山区城镇的规化建设中，边坡被视为不良的环境地质条件问题，引起了广泛的重视。尤其在黄土分布层厚，山梁陡峻，环境地质复杂的一些城镇地区，评判黄土边坡的地震稳定性问题颇为重要。本文在总结历史震害资料的基础上，探讨了黄土边坡崩塌的定量预测方法。采用平面有限元法在微机上计算了边坡的动、静应力分布，然后确定抗滑系数等值线，从而评判其稳定性。

二、计算方法

评判边坡的稳定性一般都是按园弧法评定边坡在自重力作用下的稳定性问题。近年来，由于几次大震给人类造成了巨大灾害，随之人们对地震灾害开始重视，在评价边坡稳定性问题时也考虑地震的影响。有人对园弧法做了改良，在滑动力中加入地震力$W\frac{a}{g}$（W为条块重量，a为作用在土条上的地震加速度，按评定烈度给值）来评判边坡的稳定性。这种从许多块体为极限平衡的分析方法，计算虽很简单，但没有考虑土体的物理力学性质，滑体物质结构及边界条件，仅取决于土的强度指标。这样对于地震产生的滑动偏差就更大了。因此，需要对传统方法进行改进或提出新的方法，使之更符合实际情况。本文作者在调查研究的基础上，总结出了一种评判黄土边坡的地震稳定性的方法。作者认为边坡滑动虽然发生在瞬间但有一段时间的孕育过程，因此首先要考虑边坡的静力状态。若边坡在自重作用下为稳定，那么，在受地震波的往复激发后，加剧了滑动的可能性，才需考虑动应力带来的影响。此时，用土体的静、动合成应力来评判其稳定程度。

1.力学模型

土壤通常可近似地看成是各向同性非线性弹性材料，它的主要特点是不能承受拉力。根据摩尔强度理论，边坡的滑动主要取决于滑动面上土的抗剪强度，分析中主要考虑滑坡体的最大剪应力分布。限于微机的内存，在计算时将材料视为线弹性，但在弹性模量取值时考虑了随着应变量级的增加，土的弹性模量也相应降低这一特点，这就间接地近似考虑了非线性影响。按照弹性力学原理，对所研究的对象，需从三个方面来考虑，即几何方面、物理方面及力的平衡。按照有限元的分析思想，将边坡体分成三边形或四边形或它们的组合。对每个单元，以节点未知位移描述单元内的位移场，即

$$u=\sum_{K=1}^{4}N_K u_K \qquad \upsilon=\sum_{K=1}^{4}N_K V_K$$

或　$\{U\}=[N]\{u_K\}$　　　　$K=1,\ 2,\ \cdots 8$　　　　(1)

其中U_K为节点在某一坐标上的位移。由单元的协调性，可得到应变位移关系

$$\{\varepsilon\}=[B]\{U\} \tag{2}$$

$$[B]=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial N_i}{\partial X} & 0\\ 0 & \dfrac{\partial N_i}{\partial Y}\\ \dfrac{\partial N_i}{\partial Y} & \dfrac{\partial N_i}{\partial X}\end{bmatrix}$$

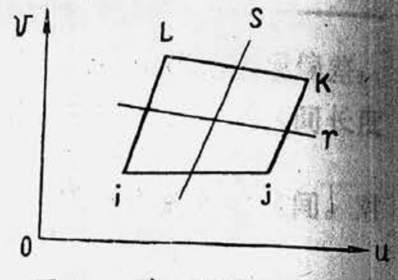

图 1　单元坐标示意图

单元内的应力：$\{\sigma\}=[C]\{\varepsilon\}=[C][B]\{u\}$　　　　(3)

$$\text{式中}\quad [C]=\frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)}\begin{bmatrix}1 & \dfrac{\mu}{1-\mu} & 0\\ \dfrac{\mu}{1-\mu} & 1 & 0\\ 0 & 0 & \dfrac{1-2\mu}{2(1-\mu)}\end{bmatrix}$$

节点虚位移和单元虚应变分别为：

$$\{\delta u\}=[N]\{\delta u_K\} \tag{4}$$

$$\{\delta\varepsilon\}=[B]\{\delta u_K\} \tag{5}$$

故单元的虚功方程为：

$$\int_s\{\delta\varepsilon\}_e^T\{\delta\}_e ds=\{\delta u_K\}_e^T\{R\}_e \tag{6}$$

将单元各矩阵扩大成整个物体的矩阵，就成为整个物体的虚功方程

$$\int_s\{\delta\varepsilon\}^T\{\delta\}ds=\{\delta u_K\}^T\{R\} \tag{6'}$$

若只考虑自重力在节点虚位移上做功，则有静力有限元方程

$$[K]\{u\}=\{P\} \tag{7}$$

若考虑地震惯性力，阻尼力在节点虚位移上做功，则有动力有限元方程

$$[m]\{\ddot{u}\}+[D]\{\dot{u}\}+[K]\{u\}=[m]\{\ddot{x}_0\} \tag{8}$$

式中$[m]$为质量矩阵，$[D]$为阻尼矩阵，（7）、（8）式中的$[K]=\iint_s[B]^T[C][B]ds$，用高斯积分：

$$[K]=\sum_{i=1}^{n_1}\sum_{j=1}^{n_2}[B]_{ij}^T[C][B]_{ij}|J|_{ij}H_iH_j$$

$$|J|=\begin{vmatrix}\dfrac{\partial X}{\partial Y} & \dfrac{\partial Y}{\partial Y}\\ \dfrac{\partial X}{\partial S} & \dfrac{\partial Y}{\partial S}\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\sum\limits_{k=1}^{4}\dfrac{\partial N_K}{\partial\gamma}X_K & \sum\limits_{k=1}^{4}\dfrac{\partial N_K}{\partial\gamma}y_K\\ \sum\limits_{k=1}^{4}\dfrac{\partial N_K}{\partial S}X_K & \sum\limits_{k=1}^{4}\dfrac{\partial N_I}{\partial S}y_K\end{vmatrix}$$

式中n_1，n_2为高斯积分点数；H_i、H_j为积分加权系数，（7）、（8）式就是满足了平

衡，物理、几何三方面条件的有限元基本方程。（8）式有多种解法，常见的有富氏变换法、直接积分法。对于本文所讨论的问题，作者认为选用振型叠加法为宜，因为一个系统的动力反应不仅与所施加的外载动力特性有关，也与系统特性有关，当施加的动力特性与系统特性相同或接近时，则产生共振或反应增大。据此，作者首先分析系统的固有特性，然后按其特性选择使得系统反应最大的地震波。为此对（8）式进行坐标变换；

$$U(t)=\Phi\cdot X(t) \tag{9}$$

其中Φ是特征方程$[K]\{\phi\}=W^2[m]\{\phi\}$的特征向量$\{\varphi_i\}$（$i=1, 2, \cdots N$）所组成的矩阵。图2是对应于$W_1$、$W_2$、$W_3$的三个振型图。

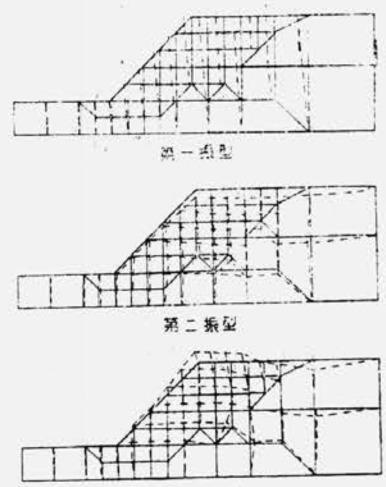

图2　振型图

由正交关系$\Phi^T[m]\Phi=[I]$

$$\Phi^T[C]\Phi=\begin{pmatrix} 2W_1\zeta & & 0 \\ & 2W_2\zeta & \\ 0 & \ddots & 2W_n\zeta \end{pmatrix}$$

$$\Phi^T[K]\Phi=\begin{pmatrix} W_1^2 & & \\ & W_2^2 & \\ & \ddots & \\ & & W_n^2 \end{pmatrix}$$

可将（8）式变换为：

$$\ddot{x}(t)+2W_i\zeta_i\dot{x}(t)+W_i^2X(t)=\ddot{x}_0 \tag{10}$$

求解这个方程就得到在$\ddot{x}_0$作用下第I个振型向量上的反应因数。将前几个振型叠加后得到节点位移u、速度$\dot{u}$、加速度$\ddot{u}$。根据节点位移u利用（2）、（3）式可求得应变ε、应力σ。

2.判别准则

某一点的应力状态可表示为：

$$\sigma_1=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}+\sqrt{\left(\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2} \tag{11}$$

$$\sigma_2=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}-\sqrt{\left(\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2} \tag{12}$$

$$\tau_{max}=\frac{\sigma_1-\sigma_2}{2} \tag{13}$$

摩尔强度理论指出：在剪切面上，法向应力σ与剪应力τ的函数关系为：

$$\tau_f=f(\sigma) \tag{14}$$

用库伦公式表示摩尔包线如图所示。

符合莫尔—库伦强度理论的材料在破坏时满足。

$$(\sigma_1-\sigma_2)_f=\frac{2C\cos\phi+2\sigma_2\sin\phi}{1-\sin\phi} \tag{15}$$

设边坡受地震激发时，所存在的应力为$\sigma_{1SD}-\sigma_{2SD}$（角标SD表示静、动组合应力），将它与破坏时的应力比值定义为K，即

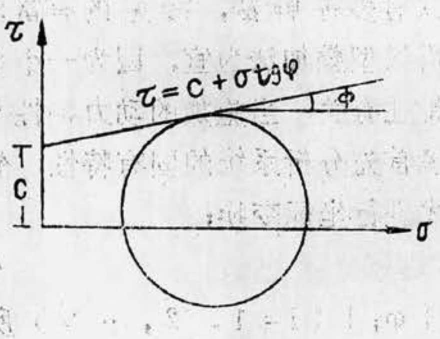

图3　摩尔包线

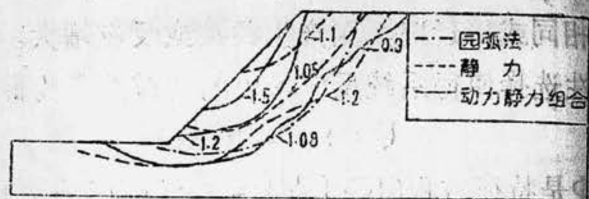

图4　等值线图

$$K=\frac{(\sigma_1-\sigma_2)_f}{(\sigma_{1\cdot D}-\sigma_{2\cdot D})}=\frac{2\,C\cos\varphi+2\sigma_2\sin\varphi}{(\sigma_{1\cdot D}-\sigma_{2\cdot D})(1-\sin\varphi)} \qquad (6)$$

由（16）式求出每个单元的K值并连成等值线，由此可评判边坡的稳定性。图4示出了用园弧法，静力有限元法和输入EL centro地震的几条等值线。这里示出的是出现最大值时刻的等值线。图4表明，按本文的方法求得的可能滑动面是很不规则的园弧。其中的K值只用了形心点的应力（也可求其它积分点上的应力），但结果所显示的趋势与园弧法相比差异甚大。

三、结　　语

本文提出了地震边坡稳定性的评判方法，较为细致地分析了滑坡的地震荷载以及地震荷载引起的地震应力，同时较详细地考虑了黄土在循环往复荷载作用下的强度特征，因此要比传统的方法更为优越。本文提出的方法只是作为一种评判方法的尝试，不足之处，敬请读者指正。

本文受到陈丙午老师的悉心指导，在此表示感谢。