

平稳序列穿过理论在预测 强震趋势中的应用*

徐云波

(东北师范大学数学系)

摘 要

本文介绍了平稳序列穿过理论及其在预测强震趋势中的应用,并用我国天山地区、西藏地区及南北地震带的地震资料进行了检验,取得了较好的结果。同时也将用这种方法所得到的结果与传统的极值法所得到的结果进行了比较,结果表明使用这种方法对强震趋势的预报是有效的,而且具有一些极值法所没有的优点。

一、模 型

穿过理论是随机过程理论中的一个具有较强理论意义与实际意义的研究课题,因此H. Cramer与M.R. Leadbetter在文献[1]中用了较大的篇幅对它进行了讨论。下面首先将这一理论所涉及的最一般的概念作一简单介绍。

令 $\{\xi(t) | t \in T\}$ 是一个随机过程,对任意给定的一个数值 u ,在 $t_0 \in T$ 点处如果存在着一个 $\varepsilon > 0$,使得 $t \in (t_0 - \varepsilon, t_0)$ 中,有 $\xi(t) \leq u$,而在 $t \in (t_0, t_0 + \varepsilon)$ 中有 $\xi(t) \geq u$,便可以认为此随机过程 $\xi(t)$ 在时刻 t_0 处有一次关于水平 u 的上穿过。类似地,若在 $t \in (t_0 - \varepsilon, t_0)$ 中 $\xi(t) \geq u$,而在 $t \in (t_0, t_0 + \varepsilon)$ 中, $\xi(t) \leq u$,即可认为此过程在 t_0 处有一次关于水平 u 的下穿过。在科学研究及实际问题中,通常注意的是随机过程在某一段时间内穿过水平 u 发生的次数及其复发的平均时间。穿过理论所研究的就是关于这样一些随机现象的统计规律。为了直观,我们用图1来说明穿过理论中一些概念的直观意义。

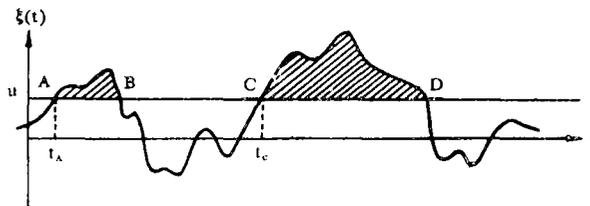


图 1

在图1中,两个数轴分别表示时间 t 及随机过程 $\xi(t)$,所取的数值,其中的曲线表示一个随机过程 $\xi(t)$,而直线表示水平 u 。那么从图中可以看出, $\xi(t)$ 关于水平 u 具有两个上穿过点A、C及两个下穿过点B、D。而处于两个阴影部分中的随机过程 $\xi(t)$ 的两段曲线表示了此过程关于水平 u 的两个上漂移,它们对应的两条线段AB及CD分别描述了这两个上漂移的持续时间。随随机过程 $\xi(t)$ 的表现结果不同,则相应的A、B、C、D所处的位置也不同,因此AB、CD的长度都是随机变量。

一个地区的地震活动水平是随时间不断变化的,有时高有时低,这是一个随机过程,而且这一个变化过程是具有其内在规律的。如果将其历史变化情况用图形表示出来,就可以画出类似图1中的随机曲线。现在假设图1中的曲线表示某一地区的地震活动性,数值 u 是我们选择的某一强震的震级,则A、C两点便表示这一地区的地震活动性在时刻 t_A 及 t_C 两处超过了水平 u ,并且在超出水平 u 后,其持续的时间分别等于AB、CD的长度。如果我们能利用历史资料估计出对不同的水平 u ,相邻两次上穿过之间的平均时间间隔及上漂移持续的平均长度,就可以利用它们来预测强地震趋势。这就是使用穿过理论预测地震活动性的基本思路。

在使用平稳正态序列的穿过理论来预测地震活动性时,首先要根据一个地区的历史地震资料计算每年地震释放的总能量。由于地震能量是以尔格为单位的,所得到的数值太大。为了方便,对它们再取对数,从而得到这一地区地震年释放能量对数值的序列 $\{\xi_i\}$ 。假定这是一个平稳正态序列,即对任意的整数 i, j 及 k 有:

- (1) $\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \dots, \xi_{i_k}$ 的联合分布是 k 维正态分布;
- (2) 对所有的 i ,有 $E\xi_i = m$;
- (3) $r_k = E\xi_i \xi_{i+k} = E\xi_j \xi_{j+k}$ 。

其中 m 表示年地震释放能量对数值的平均值, r_k 表示间隔为 k 年的前后两年中年地震释放能量对数值的协方差。特别地,对任意的 ξ_i ,其分布密度为

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\}. \quad (1)$$

对任意一对 ξ_i 与 ξ_{i+1} ,其联合分布密度为

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-\rho_1^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho_1^2)} \cdot \left[\frac{(x-m)^2 - 2\rho_1(x-m)(y-m) + (y-m)^2}{\sigma^2}\right]\right\}.$$

在上面两个密度函数公式中的 m 是每个 ξ_i 的平均值, σ^2 是每个 ξ_i 的方差, ρ_1 是相邻两个 ξ_i 与 ξ_{i+1} 的相关系数,这三个参数可由历史资料估计出来。需要说明的是,在(2)式中两个随机变量 ξ_i 与 ξ_{i+1} 的边缘分布是一样的,因此 σ^2 就是它们标准差的乘积。

根据地震活动性的特点可知,任意一对 ξ_i 与 ξ_j 是具有某种联系的,但是它们的间隔 $|i-j|$ 越大,这种联系便越弱,因此可以找到一个 $\alpha > 0$,有 $r_n = 0(n^{-\alpha})$,对不同的地区,其 α 不同。 α 表示了 ξ_i 与 ξ_j 随间隔 $|i-j|$ 加大时,它们之间联系减弱的程度。

在上述条件下,对一给定的水平 u ,如果存在一个 i ,使得 $\xi_i < u$,同时 $\xi_{i+1} > u$,即可认为序列 $\{\xi_i\}$ 在区间 $(i, i+1)$ 中存在一次关于水平 u 的上穿过,发生一次上穿过的概率 μ_u 可由下式算出:

$$\begin{aligned}\mu_u &= P(\xi_i < u, \xi_{i+1} > u) \\ &= \Phi(v) - \Phi^2(v) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[\Phi^{(n)}(v)]^2}{n!} \rho^n.\end{aligned}$$

其中 $V = \frac{u-m}{\sigma}$, $\rho = \frac{\tau_1}{\sigma^2}$, $\Phi(x)$ 是标准正态分布函数, 而 $\Phi^{(n)}(x)$ 表示标准正态分布函数的 n 阶导数。

下一步是计算序列在水平 u 之上漂移的平均长度。令 $\{\xi_i\}$ 是 $1 \leq i \leq N$ 的有限序列, u 仍然是固定的水平, 令

$$\eta_i = \begin{cases} 1 & \text{若 } \xi_i \geq u \\ 0 & \text{其它。} \end{cases}$$

这样定义的 η_i 是表示第 i 年地震释放能量高于或低于水平 u 的随机变量, 而又令

$$Z_u(N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i,$$

这时, $Z_u(N)$ 正好是序列 $\{\xi_i, 1 \leq i \leq N\}$ 在时间间隔 $1 \leq i \leq N$ 中超出水平 u 的比率, 则 $Z_u(N)$ 也是一个随机变量。它的均值是

$$EZ_u(N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E\eta_i = E\eta_i = P(\xi_i \geq u) = 1 - \Phi\left(\frac{u-m}{\sigma}\right).$$

如果 U 是 $\{\xi_i\}$ 在 $1 \leq i \leq N$ 中上穿过水平 u 的次数, 则令

$$ML_u = \frac{N[EZ_u(N)]}{U},$$

ML_u 就是序列 $\{\xi_i, 1 \leq i \leq N\}$ 在上穿过水平 u 之后持续超出水平 u 的平均时间长度。

在预测强震趋势时, 我们使用上穿过的平均返回周期 $T_u = 1/\mu_u$ 和 ML_u 来预测强烈地震发生的规律。首先把某一震级地震所释放的能量的对数值作为水平 u , 如果一地区在第 i 年中其地震活动性相对于水平 u 发生了一次上穿过, 那么很容易推测出, 这一地区的年地震释放能量将在第 $i + T_u$ 年时再一次穿过这一水平, 而且年地震能量将从第 $i + T_u$ 年到第 $i + T_u + ML_u$ 年持续超出水平 u 。由于 m 级地震释放的能量

$$E = 10^{1.5M+11.8} \text{ (尔格)},$$

因此一年中一个地区地震释放的能量主要是由其最高震级的地震确定。一般地说, 如果在第 i 年中最大震级的地震所释放的能量穿过水平 u , 那么在第 $i + T_u$ 年它将重新穿过这一水平。

二、应用结果与分析

应用上节叙述的数学方法, 本文分析及预测了中国天山地区、西藏地区及南北地震带的强震趋势。

文中选用的数据取自《中国地震目录》〔5、6〕。由于预测的是强烈地震发生的趋势, 因此对每一地区选取的地理范围比较大。天山地区取北纬 $40^\circ-48^\circ$, 东经 $80^\circ-95^\circ$ 和北纬 $38^\circ-43^\circ$, 东经 $73^\circ-80^\circ$ 两个区域; 西藏地区取北纬 $28^\circ-38^\circ$, 东经 $78^\circ-90^\circ$ 和北纬 $26^\circ-34^\circ$, 东经 $90^\circ-97^\circ$ 两个区域; 南北地震带取北纬 $33^\circ-40^\circ$, 东经 $103.5^\circ-107^\circ$ 和北纬 $22^\circ-33^\circ$, 东经 $97^\circ-105^\circ$ 两个区域。

根据历史资料,对上述地区地震数据选取的时间段分别为1914—1979年、1913—1979年与1917—1979年。

选取资料之后,我们用皮尔逊非参数检验法〔4〕对这三个地区进行了检验。结果表明,这些地区年地震释放能量的对数值的确服从正态分布。然后在假定这三个地区年地震释放能量序列是一个平稳正态序列的前提下,使用穿过法进行计算与分析,所得到的结果分别列在表1—表3中。为了便于理解,我们以表3中 $u = 6$ 一列的数值来说明。因为我们南北地震带选取的是1917—1979年共63年的地震资料,因此 $N = 63$ 。 $u = 6$ 表示我们选取了6级地震释放能量的对数值作为指定的水平。 $T_u = 4.49$ 表示南北地震带年地震释放能量穿过这一水平的平均间隔时间为4.49年。 U_t 表示根据历史资料计算,在 $N = 63$ 年中年地震释放能量穿过指定水平的次数为14.0次; U_p 表示实际穿过的次数是15次。 $ML_{u,t} = 3.08$ 表示按理论推算南北地震带年地震释放能量一旦穿过6级地震释放的能量之后,将平均持续3.08年一直超过这一水平; $ML_{u,p} = 2.86$ 表示实际平均持续时间为2.86年。 $N_t = 43.1$ 表示按此数学模型计算,63年中年地震释放能量高于6级地震释放能量的年数是43.1,而 $N_p = 43$ 表示在63年中实际上有43年高于这一水平。对照表1—表3中 U_t 与 U_p , $ML_{u,t}$ 与 $ML_{u,p}$, N_t 与 N_p 的每一组数值后可以发现,除了个别情况之外,理论推算值与实际数值拟合得相当好,这说明用穿过法预测强震趋势是有效的。

本文作者也曾用极值分布理论的方法对上述三个地区的强震趋势作了分析及预报〔2〕,三个地区地理范围的选取与本文一致,只是选取的地震资料的时间范围略有差别,所得到的

表1 天山地区的计算结果

水平 u	6	6.5	7	7.5	8
上穿过的平均返回周期 (T_u)	4.18	5.30	10.12	25.84	95.23
穿过水平 u 的理论计算次数(U_t)	15.9	12.5	6.5	2.5	0.7
实际穿过水平 u 的次数(U_p)	18	13	6	2	1
理论计算的一次上穿过持续时间($ML_{u,t}$)	1.98	1.42	1.20	1.08	1.02
一次上穿过的实际平均持续时间($ML_{u,p}$)	2.00	1.30	1.17	1.00	1.00
理论推算的高于水平 u 的年数(N_t)	32.5	17.7	7.8	2.7	0.72
实际高于水平 u 的年数(N_p)	36	17	7	2	1

表2 西藏地区的计算结果

水平 u	6	6.5	7	7.5	8
上穿过的平均返回周期 (T_u)	4.43	4.77	9.07	33.78	153.8
穿过水平 u 的理论计算次数 (U_t)	15.0	14.0	7.4	2.0	0.44
实际穿过水平 u 的次数 (U_p)	17	16	8	2	1
理论计算的一次上穿过的持续时间($ML_{u,t}$)	2.73	1.63	1.21	1.22	0.98
一次上穿过的实际平均持续时间($ML_{u,p}$)	2.41	1.56	1.13	1.00	1.00
理论推算的高于水平 u 的年数 (N_t)	41.0	22.8	9.00	2.4	0.44
实际高于水平 u 的年数 (N_p)	41	25	9	2	1

表3 南北地震带的计算结果

水平 u	6	6.5	7	7.5	8
上穿过的平均返回周期 (T_u)	4.49	4.00	6.50	18.34	86.2
穿过水平 u 的理论计算次数 (U_t)	14.0	15.8	9.69	3.43	0.73
实际穿过水平 u 的次数 (U_p)	15	15	10	4	1
理论计算一次上穿过的持续时间 ($ML_{u,t}$)	3.08	1.66	1.20	1.05	1.00
一次上穿过的实际平均持续时间 ($ML_{u,t}$)	2.86	1.73	1.10	1.25	1.00
理论推算的高于水平 u 的年数 (N_t)	43.1	26.2	11.6	3.6	0.73
实际高于水平 u 的年数 (N_p)	43	26	11	6	1

表4 应用极值法所得结果一览表

分布类	返回周期 结果比较 地震带	$T(x)=2$			$T(x)=5$			$T(x)=10$		
		x	k_1	k_2	x	k_1	k_2	x	k_1	k_2
		F	天山地震带	5.64	39.5	42	6.51	16	20	7.09
E	西藏地震带	5.97	35.5	41	6.76	14	14	7.28	7	6
D	南北地震带	5.94	39.5	43	6.70	16	20	7.20	8	8
T	天山地震带	5.65	39.5	42	6.55	16	13	6.98	8	8
E	西藏地震带	6.07	34.5	37	6.84	14	11	7.20	7	8
D	南北地震带	5.99	39.5	43	6.77	16	15	7.22	8	8

结果列在表4中。

表4中FED与TED分别表示应用极值第一类渐近分布与第三类渐近分布所得到的结果[8]。如果用 ξ 表示一年中最大地震的震级，则

$$T(x) = \frac{1}{P(\xi > x)}。$$

上式表示每相继两次大于 x 级的强地震之间的平均间隔时间，可被称作返回周期。 k_1 表示最大震级超过 x 的理论推算年数，而 k_2 表示实际发生的年数。

从表4的结果可以看出，使用极值法所得到的结果与实际情况拟合得也较好。所以两种方法都可以用来有效地分析及预测强烈地震的趋势，而且可以结合起来使用。但是我们认为，与极值法相比较穿过法具有如下一些优点：

(1) 应用这种方法，我们不仅能预测什么时候年地震释放能量或最大地震震级将超过某一水平，而且能预测它们持续超出这一水平的平均时间。

(2) 在应用极值法时，对历史资料只选取每年中最大地震震级一个数据，而穿过法使用所有的数据，因此后者能更充分地使用所有地震所带来的信息。

(3) 如表1—表4所示，在震级比较低的情况下，穿过法所得到的结果更好一些。

应用本文的结果可以对地震趋势作如下预测检验：例如在天山地区，以7级地震所释放能量的对数为水平 u 时，利用1979年以前的数据计算出 $T_u = 10.12$ 。由于该地区1974年7级

地震的年释放能量穿过了水平 u , 根据 T 。我们可以预测, 在1984年前后该地区的7级地震的年释放能量将再一次穿过水平 u 。实际上天山地区的年地震释放能量于1985年穿过了这一水平^[7]。 $ML_{u_1} = 1.20$ 说明天山地区年地震释放能量持续超出水平 u 的时间超过一年的可能性很小, 实际在1986年这一地区没有发生大于7级的地震。西藏地震带的7级地震的年释放能量于1975年超过了水平 u , 据表2的 T 。可知, 大约在9.07年后应再一次穿过水平 u , 实际上于1988年年地震释放能量穿过这一水平。南北地震带的7级地震的年释放能量于1981年穿过水平 u , 据推算, 6.5年以后年地震释放能量应再一次穿过水平 u , 实际上于1988年这一地区的年地震释放能量穿过这一水平。上述检验结果表明, 理论计算的结果与实际情况符合得比较好。

三、小 结

我们认为穿过法是有一定不足之处的。例如对区域的选取范围比较大, 因此对临震情况作预测时, 还必须配合其它方法。但是, 如果历史资料较全, 选取的区域范围可适当地缩小。

本文仅对使用穿过理论预测强震趋势作了一点尝试。可以设想, 这一理论在预测及分析其它地震异常现象时也会有一定的效果。如果能将平稳性去掉, 在非平稳性假设下使用这一方法, 可能会取得更好的结果。

(本文1988年8月19日收到)

参 考 文 献

- [1] Cramer H. and Leadbetter M.R., Stationary and Related Stochastic Processes, John Wiley and Sons, Inc., 1967.
- [2] 徐云波, 极值分布理论在地震趋势预报中的应用, 东北师范大学学报, No.1, 1985.
- [3] Gumble E.J., Statistics of Extreme, New York, Columbia University Press, 1958.
- [4] 王铭文, 概率论与数理统计, 辽宁人民出版社, 1983.
- [5] 顾功叙, 中国地震目录(公元前1831年—公元1969年), 科学出版社, 1983.
- [6] 顾功叙, 中国地震目录(1970—1979年), 地震出版社, 1984.
- [7] 《中国地震简目》汇编组, 中国地震简目, 1988.

AN APPLICATION OF THE CROSSING THEORY OF STATIONARY SEQUENCE IN PREDICTION OF CHINESE STRONG EARTHQUAKE TREND

Xu Yunbo

(Northwest China Normal University)

Abstract

In this paper the crossing theory of stationary normal sequence is introduced briefly. Using this theory, the strong earthquake trend of three regions in our country is analysed. The three regions are Tianshan Mountain Seismic Belt, Tibet Seismic Belt and the North-South Seismic Belt in central China. A quite good result is obtained.