

与唐山地震有关的深部岩石力学特性的数值模拟

陶振宇 张黎明

(武汉水利电力学院)

摘 要

根据构造地震的发生机制,本文提出了一个数学模型。该模型不仅能模拟岩石摩擦试验的粘滑特性,而且在该模型基础上建立起来的数值模拟方法能对构造地震的发生作出定性和定量的分析,并经过对唐山地震序列的数值模拟,可得到对震源深部岩石的力学性质的一些认识。

一、引 言

目前,对地壳深部岩石的力学性质的认识通常是借助于物理模拟的方法来实现的,即通过各种手段来模拟地壳深部岩石所处的各种环境(如高温、高压等),以了解在这些环境下岩石的力学性质。但由于岩石本身和所处环境的复杂性和未知性,以及试验测试技术的限制,目前通过这条途径对岩石的力学特性的描述还是很有限的。

然而,结合现有的各种室内外测试成果,通过有效的本构关系的建立与数值计算和模拟等方法,获得或补充对岩石力学性质的认识,已成为一个热门的方向。

本文就是借助于数值模拟方法,由某特定地震序列所提供的各种信息而得到对震源深部岩石的力学性质的一些认识的。

二、断层岩石流变模型的建立

根据对构造地震的孕育和发生机制的认识,一次强震及其余震序列的发生是地壳岩石从应变能的积累到突然释放及其应力恢复这样一个过程的重复。在这个过程中,岩石充分体现了其粘弹塑性的力学性质,我们用如图1所示的综合流变模型来表示。

为了该模型在数值模拟计算中的推广应用,首先讨论在常应变率条件下该模型的物理意义。

设 $t < 0$ 时,作用在模型上的应力为零,相应的应变也为零。在 $t = 0$ 之后,开始对模型施加荷载,并保持 $\dot{\epsilon}_0 = \dot{\epsilon}_0$ 的恒应变率变形,此时,模型内应力的变化规律为(图2):

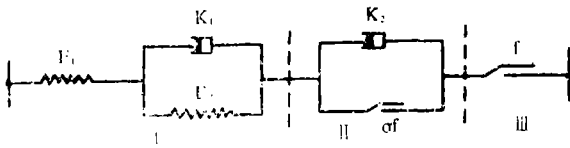


图1 流变模型

E_1 、 E_2 为弹性模量； K_1 、 K_2 为粘滞系数；

σ_f 、 f 为反映模型强度的摩擦强度

Fig.1 Rheologic instability model

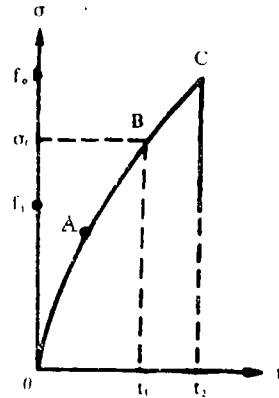


图2 常应变率情况下模型应力的变化规律

Fig.2 Stress variation under the condition of constant strain rate and the simulated result

当 $\sigma \leq \sigma_f$ 时 (即 $t \leq t_1$) ,

$$\sigma = \left(\frac{E_1^2 K_1}{(E_1 + E_2)^2} (1 - e^{-\frac{E_1 + E_2}{K_1} t}) + \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} t \right) \xi_0 ; \quad (1)$$

当 $\sigma > \sigma_f$ 时 (即 $t > t_1$) ,

$$\begin{aligned} \sigma = & \sigma_f + K_2 \xi_0 + \left(\frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \xi_0 + \frac{E_1}{K_2} \sigma_f - \frac{E_1 E_2}{K_1 \alpha} \xi_0 \right) \frac{e^{-\alpha(t-t_1)}}{\beta - \alpha} - \\ & - \left(\frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \xi_0 + \frac{E_1}{K_2} \sigma_f - \frac{E_1 E_2}{K_1 \beta} \xi_0 \right) \frac{e^{-\beta(t-t_1)}}{\beta - \alpha} . \end{aligned} \quad (2)$$

(2) 式中

$$\alpha = \frac{1}{2a_2} (a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_2}) ; \quad \beta = \frac{1}{2a_2} (a_1 - \sqrt{a_1^2 - 4a_2}) ;$$

$$a_1 = \frac{K_2}{E_1} + \frac{K_1 + K_2}{E_2} ; \quad a_2 = \frac{K_1 K_2}{E_1 E_2} .$$

通常, 对于应变率较小的常应变率试验 ($\xi_0 < 5 \times 10^{-8} \text{秒}^{-1}$) 能得到如图2所示的曲线, 因此, 在OAB阶段可由式(1)进行拟合而可确定参数 E_1 、 E_2 、 K_1 。

但是, 一般的常应变率试验大多在一天或几小时以内完成, 此时, 图2中的初始下弯段曲线往往表现不出来而成为直线, 这样, (2)式可简化为:

$$\sigma = \sigma_f + K_2 \xi_0 (1 - e^{-\frac{E_1}{K_2}(t-t_1)}) . \quad (3)$$

当 $\sigma = f_0$ (即 $t = t_2$) 时, 模型内应力达到极限强度, 第III部分突然发生错动, 弹簧 E_1 所积累的大部分应变能在错动的瞬间得到释放, 模型内应力降低, 整个系统达到错动后的平衡状态, 此时 $\sigma = f_1 < f_0$ 。对于实际岩石来说, 错动后的摩擦强度 f_1 将随错动面静止接触的时间间隔的增加而增强^[1]。同时弹簧 E_2 中的弹性应变能, 由于粘滞元件的作用, 将缓慢地转化为 E_1 的弹性应变能, 其转化过程使模型内应力水平有所提高^[2]。当应力水平超过恢复中的 f_1 值时, 将再一次产生错动, 这样使 E_2 中的弹性应变能逐渐得到释放。重复前面的过程, 将得到与图2相似的结果。

前面所描述的模型在常应变率下的特性与Brace, W.F.^[3]等人提出的粘滑机制很一致, 且用(1)、(2)、(3)式能很好地模拟他们的试验曲线(如图3所示)。

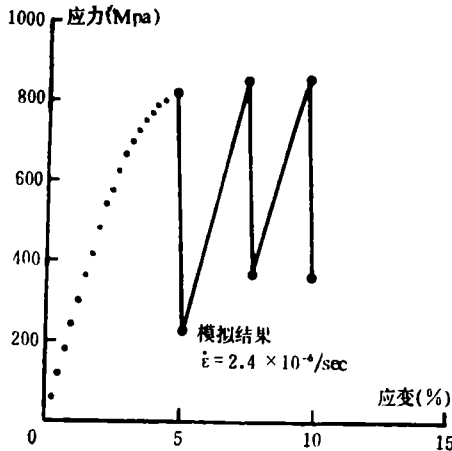


图3 常应变率试验条件下应力—应变关系及其模拟结果

Fig. 3 Stress-strain relationship for the constant strain rate and the simulated result

当 $\epsilon \leq 2.16\%$ (相当于 $t = 9000$ 秒),

$$\sigma = 2.5 \times 10^4 \epsilon_0 t \text{ (MPa)}$$

当 $\epsilon > 2.16\%$ (相当于 $t > 9000$ 秒)

$$\sigma = 520 + 1.5 \times 10^4 \epsilon_0 (1 - e^{-\frac{2.5 \times 10^4}{1.5 \times 10^8} (t - 9000)}) \text{ (MPa)}$$

以往, Brace, W.F. 等人只对粘滑作为地震发生的可能机制作了许多定性的描述, 而图1所示模型不仅能较好地描述粘滑机制, 而且还可以推广到数值计算方法中并对地震过程进行数值模拟。

三、模型的有限元方法的实现

1. 在初始边界条件下, 调整各力学参数, 使得将要发生地震的地方所相应的单元处于临界状态, 并分别按照各单元取 E_1 , $\frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}$ 两种情况进行弹性计算, 得到两个应力场 $\{\sigma\}_0$ 、 $\{\sigma\}'_0$ 及相应的应变 $\{\epsilon\}_0$ 、 $\{\epsilon\}'_0$ 。

2. 将时间过程 t 划分成 n 个时段, $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ ($i = 1, 2, \dots, n$), t_0 为初始弹性时刻。

3. 设 $\{\sigma\}_0$ 为初始应力场, 并在 Δt_1 时段内保持不变。 $\{\epsilon_0\}_0 = \{\epsilon\}_0 - \{\epsilon\}'_0$ 为初始蠕变应变。

4. 减小第一次地震发生位置所相应的 C 、 ϕ 值, 计算发震前后的位移场、释放能量并与实际情况相一致。在后面的计算中, 一旦图1模型的第Ⅲ部分参加工作, 即认为发生了地震, 其发震时刻即为计算时段的开始时刻, 其所释放的能量按失稳前后失稳单元所积累的弹性应变能的差值计算, 并按下式转换成震级:

$$M = 0.65 \lg E - 7.5 \quad (4)$$

而判断地震发生的判据采用 Drucker-Prager 屈服准则。并按弹性力学中应力转移法进行弹性应力的转移计算, 直到单元趋于稳定。

5. 判断各单元的流变状态, 判据为^[4]:

$$F = \sqrt{3 J_2} - \sigma_1' \quad (5)$$

其中 σ_1' 为单轴压缩流变的长期强度, 可由流变试验获得。并按下列式子计算相应的蠕变应变增量, 当 $\sqrt{3 J_2} \leq \sigma_1'$ 时,

$$\{\Delta \epsilon\}_1 = \{\Delta \epsilon_1\}_1 = (e^{-\frac{E_2}{K_1} \Delta t_1} - 1) \{\epsilon_1\}_{1,1} + \frac{1}{E_2} (1 - e^{-\frac{E_2}{K_1} \Delta t_1}) \cdot$$

$$[A] \{\sigma\}_{1,1} \quad (6)$$

当 $\sqrt{3J_2} > \sigma_t'$ 时,

$$\begin{aligned} \{\Delta \varepsilon\}_i &= \{\Delta \varepsilon_1\}_i + \{\Delta \varepsilon_2\}_i \\ &= \{\Delta \varepsilon_1\}_i + \frac{\sqrt{3J_2} - \sigma_t'}{\sqrt{3J_2} K_2} \Delta t_i [C] \{\sigma\}_{i-1} \end{aligned} \quad (7)$$

式中矩阵 (对于平面应变问题):

$$[A] = \begin{pmatrix} 1-v & -v & 0 \\ -v & 1-v & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$[C] = \begin{pmatrix} 1-v+v^2 & -\frac{1}{2}-v(1-v) & 0 \\ -\frac{1}{2}-v(1-v) & 1-v+v^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$\{\Delta \varepsilon_1\}_i$ 、 $\{\Delta \varepsilon_2\}_i$ 分别为单元在 $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ 时间增量内的一次 (粘弹性)、二次 (粘塑性) 蠕变应变增量。求出蠕变应变增量后, 进行累加, 就可求得 t_i 时刻的历史总蠕变应变变量, 用初应变法求得 t_i 时刻的应力分布。

6. 再将新的应力分布作为下一时段的初始应力, 并判断是否有单元破裂, 若有, 即为第二次地震发生的时刻, 并重新进行步骤 5 的计算。重复以上过程, 即可完成全时段的计算, 直到模拟的地震震级与时间及实际序列相符。

以上方法就是在假设条件和一定力学模型的基础上, 经过力学参数的反复调试, 直到单元的失稳不仅在时间上、所释放能量, 而且其空间位置及其他一些地震参数都与某选定地震序列的实际情况相符, 这就达到了数值模拟的目的。我们将最后得到的力学参数代表震源区地壳深部岩石的力学性质。这就是与用实验室物理模拟方法获取深部岩石力学性质的认识不同的数值模拟方法。

四、唐山地震序列及其有关深部岩石力学性质的数值模拟

1. 计算模型及参数的选择

采用前面建立的平面应变粘弹塑性有限元方法来分析唐山地震序列的准静态过程。计算中, 选取 $200 \times 145 \text{ km}^2$ 的计算范围, 用四节点四边形等参单元将计算范围划分成 476 个单元, 522 个节点 (图 4)。计算平面选取 15 公里深处的一个平面 (唐山地震的震源深度平均约为 15 公里), 以平均水平主应力等于上覆岩石压力的原则确定边界的水平主应力^[5], 并考虑水平主压应力的方向, 取 $\sigma_1 = -550 \text{ MPa}$, $\sigma_3 = -250 \text{ MPa}$ (应力以拉为正), σ_1 方向为东西向^[6]。在整个计算过程中, 考虑定常边界条件, σ_1 、 σ_3 不变。计算范围内的介质具有图 1 所示模型的力学特性。

由于模拟地壳以下岩石的长期蠕变试验资料相当缺乏, 在参数模拟时, 只有根据现有的少量资料进行类比、推测。计算时, 对断层带及断层带周围介质分别取不同的力学参数, 共有 7 组参数 (表 1)。表中 E_1 、 E_2 、 K_1 、 K_2 、 σ_t 对应于图 1 所示模型的参数, ν 为泊松比, C_1 、 C_2 为单元破裂前后的岩石的凝聚力, 而 ϕ_1 、 ϕ_2 为单元破裂前后的岩石的内摩擦角, σ_c 为岩石的抗拉强度。

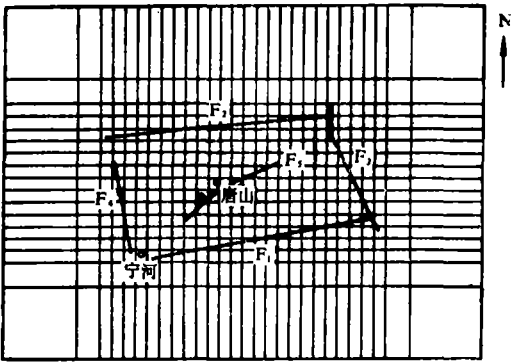


图4 有限元计算网格图及所考虑的构造
Fig. 4 The considered structures and the network in calculating with the finite element method

2. 模拟计算结果

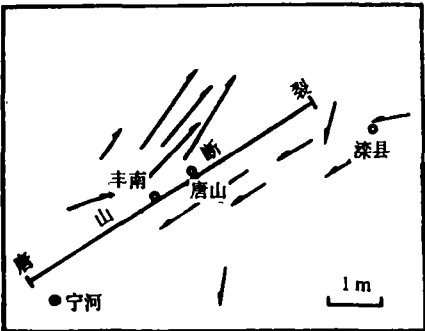
根据以上所选择的计算模型及参数, 我们模拟了同时发生于7月28日的三次地震及以后的几次较大震级的余震, 结果列于表2 (括号内为实测或其它方法估算而得)。从表中结果可知, 模拟计算得到的主要地震参数与实际情况比较符合。另外, 我们还将计算得到的唐山7.8级地震时产生的位移矢量图与实测结果进行了比较(图5), 从矢量图上可以看出矢量方向的总趋势是比较吻合的, 但计算所得的位移值普遍比实测值大, 这可能是深部活动幅度比浅部要大的原因。

表1 模拟计算所取的力学参数

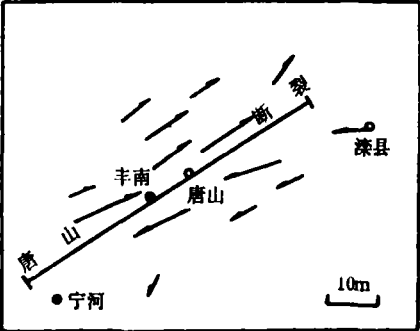
序号	岩石分区	$E_1 \times 10^4$ (MPa)	$E_2 \times 10^4$ (MPa)	$K_1 \times 10^{15}$ (Pa·sec)	$K_2 \times 10^{10}$ (Pa·sec)	ν	C_1 (MPa)	C_2 (MPa)	ϕ_1 (度)	ϕ_2 (度)	σ_1 (MPa)	σ_2 (MPa)
1	菱形块体内	8.0	7.0	500	100	0.25						
2	菱形块体外	10.0	7.0	500	100	0.26						
3	F ₁ 断层	4.0	7.0	90	10	0.26	30	20	35	30	10	
4	F ₂ 断层	4.0	7.0	70	10	0.26	30	20	35	30	10	
5	F ₃ 断层	5.0	7.0	70	10	0.26	30	20	35	30	10	130
6	F ₄ 断层	4.5	7.0	100	10	0.25	25	20	27	30	10	130
7	F ₅ 断层	6.0	7.0	5	1	0.30	10	0	21	17	4	100

表2 模拟计算获得的地震主要参数

地震序号	地震时间 日期	小时	释放能量 (尔格)	震级 (Ms)	震中地区
1	1976 07 28	03	2.9×10^{23} (3.16×10^{23})	7.8 (7.8)	唐山市
2	1976 07 28	07	4.0×10^{21}	6.5 (6.2)	宁河镇
3	1976 07 28	18	2.4×10^{22} (2.84×10^{22})	7.0 (7.1)	滦县
4	1976 08 09	06	3.6×10^{20}	5.8 (5.4)	滦县
5	1976 11 15	21	1.8×10^{22} (1.4×10^{22})	7.0 (6.9)	宁河镇
6	1977 05 12	19	6.0×10^{21}	6.7 (6.2)	宁河镇



a. 实测位移矢量图



b. 计算位移矢量图

图5 唐山地震引起的水平位移矢量图
Fig. 5 The horizontal displacement vector of the Tangshan earthquake

五、讨论与结论

通过前面的研究,可以得到以下一些认识:

1. 浅源构造地震的发生是地壳断层岩石在构造力的长期作用下突然发生破裂错动而引起的。而在断层活动引起地震的机制研究中,粘滑理论具有很重要的意义。

2. 地壳岩石的流变特性在很大程度上决定了地震发生的持续性和周期性。从我们对唐山地震序列的模拟计算结果来看,岩石的延迟时间 $T_{r,1} = K_1/E_2 \approx 10$ 天,而松弛时间 $T_{r,1} = K_2/E_1 \approx 30 \sim 300$ 年,这两个时间值分别与一些震例的余震持续时间和同一地区发生地震的周期时间是比较相符的。

3. 提出的模型能较好地模拟地壳岩石的粘滑机制和变形特性,这为粘滑作为地震发生机制的假设提供了一定的理论依据。但由于通常粘滑试验的应变率大于 $1 \times 10^{-6}/\text{sec}$,因此,由模拟曲线的方法难以得到模型中的 E_2 和 K_1 值,只有当应变率足够小时,岩石的流变性能才能充分显示出来(流变试验要求应变率小于 $1 \times 10^{-8}/\text{sec}$),这样就可以确定参数 E_2 、 K_1 。由于缺乏应变率小于 $1 \times 10^{-8}/\text{sec}$ 的粘滑试验资料,因此,本文中没进行这方面的模拟。

4. 所提出的模型能根据具体情况推广至平面问题的有限元计算中,并在一定的假设条件下能对实际地震序列进行数值模拟。通过对唐山地震序列的模拟结果来看,是比较成功的,从而可认为模型对地壳深部岩石的物理理想化是较为合理的,为用数值方法进行地震机制和深部岩石力学性质的研究开辟了新途径。

5. 目前,区域地壳的构造应力场的历史演变无法知道,而它对我们的计算影响是比较大的。在我们的计算中,无法考虑历史构造应力场的演变过程来决定所采用模型中 E_1 、 E_2 所积累的弹性应变能,而只能采用前面(3.1)所简化的方法来进行。这样做对结果的影响如何,现在无法给予评价。

6. 模拟计算中,参数的调整是一项极为复杂的工作。通过对唐山地震序列的模拟过程,可以得到的经验是,保持边界条件和构造骨架不变,改变 E_1 值可调整单元破裂的位置(即发震位置)及释放的能量,改变 E_2 值能决定余震发生所需的能量,即余震发生的可能性,而改变 K_1 却能控制余震发生的时间频度。然而参数 K_2 、 σ_1 的改变似乎对计算影响不大,它们是控制断层蠕动的参量。值得提出的是参数 C 和 ψ 的选择直接影响所释放能量的大小。计算中,考虑单元破裂后的 C 、 ψ 值为破裂前的 65~75%。

(本文1990年3月10日收到)

参 考 文 献

- [1] Dieterich, J. H., Time-dependent friction in rock, *J. Geophys. Res.*, Vol. 77, No. 20, 1972.
- [2] 谷继成等, 强余震的时间分布特征及其理论解释, *地球物理学报*, Vol. 22, No. 1, 1979.
- [3] Brace, W. F. and Byerlee, J. D., Stick-slip as a mechanism for earthquakes, *Science*, Vol. 153, 1966.
- [4] 余启华, 岩石的流变破坏过程及其有限元分析, *水利学报*, No. 1, 1985.
- [5] 王仁等, 华北地区构造应力场的模拟, *中国科学(B辑)*, No. 4, 1982.
- [6] Tao Zhenyu and Zhang Liming, The behavior of rocks at great depth related to the Tangshan earthquake, *Proc. Intern. Sympo. Rock at Great Depth*, PP. 489—493, Pau, France, 1989.

**A NUMERICAL SIMULATION FOR THE MECHANICAL BEHAVIOR OF
ROCKS AT GREAT DEPTH RELATED TO THE
TANGSHAN EARTHQUAKE**

Tao Zhenyu, Zhang Liming

(Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering)

Abstract

After much discussion of origin mechanism of tectonic earthquakes a mathematical model is advanced in this paper. With this model, not only the stick-slip behavior in rock's tests can be simulated, but the occurrence of tectonic earthquake can be analyzed qualitatively and quantitatively as well. In addition, by the numerical simulation of Tangshan earthquake sequence, a group of mechanical parameters and some qualitative understanding for the deeply buried rocks in seismic area of the Tangshan earthquake are obtained.