起伏地形条件下层状介质的视电阻率计算 及其在地电前兆分析中的应用

马钦忠 赵和云 钱家栋

(国家地震局兰州地震研究所)

摘要

本文以二维层状介质模型为基础利用边界单元法,对地形起伏所引起的视 电阻率变化进行了数值模拟,探讨了水平层状介质表层存在不规则地形条件下 地电阻率的理论计算方法,并讨论了地形对地电前兆复杂性的影响。结果表明, 起伏较大的地形变化对视电阻率相对变化量中的深层电阻率变化有减小作用, 这就降低了地电观测资料中包含的深层电性信息的比例,因而对突出地电观测 资料中孕震变化的成份是不利的。

关键词:层状介质模型;边界单元法;深层电阻率

一、引言

在地电阻率法预报地震的研究中,如何正确识别地电阻率的异常与干扰,是人们十 分关注的一个问题。台站场地条件的好坏对能否突出地电观测资料中所包含的孕震信息 有重要的影响。以往对地电台址的研究是以地形平坦的结构模型为基础的,而实际上地 表地形是起伏变化的,因而以往的研究略显不足。为此,本文利用边界单元法,以二维层 状介质模型为基础,对地形起伏给视电阻率变化带来的影响进行了数值模拟分析。在此 基础上,讨论了地形起伏所引起深部响应系数的变化,为地电台址的场地条件选择提供 理论依据。

二、基本理论

本文所模拟的点源二维地电断面结构模型如图 1 所示。在该模型中沿地质体走向(Y 轴)是均匀的,而地表地形是起伏变化的。X 轴垂直于地质体方向,Z 轴向下垂直地面。A 点为供电点(点电流源)。设 Γ_{∞} 是假想的无限远处半无限圆柱面,这样,则求解区域可分 为 Ω_1 、 Ω_2 , ρ_1 是区域 Ω_1 中介质的电阻率, ρ_2 是区域 Ω_2 中的电阻率,则这两个区域的边界 分别是 Γ_1 + Γ_1 、 Γ_2 、 Γ_{∞} 。设 u_i (X,Y,Z)(i=1,2)分别是这两个区域中的电位,对其的求解可 归结为求解下列二维边值问题:

$$\nabla^{2} u_{i}(x, y, z) = -2\rho_{1}I\delta_{3}(A), i = 1, 2;$$

$$\mathfrak{su}_{1}/\mathfrak{su}|_{r_{1}+r_{1}} = 0; \qquad \text{Etu}$$

$$u_{1}|_{r_{2}} = u_{2}|_{r_{2}}; \frac{1}{\rho_{1}} \frac{\mathfrak{su}_{1}}{\mathfrak{su}}|_{r_{2}} = \frac{1}{\rho_{2}} \frac{\mathfrak{su}_{2}}{\mathfrak{su}}|_{r_{2}}; \qquad (1)$$

其中 I 是点电源的电流强度, $\delta_a(A)$ 是以 A 为中心的三维狄拉克函数, n 为区域 Ω 的外法 线方向。

u₂|_{1→∞}→ 0 。 在无穷远处 〕

在二维地电断面条件下,u₁(X,Y,Z)、u₂(X,Y,Z)关于 XOZ 平面对称。故可将 u₁、u₂ 在 y 方向进行傅氏余弦变换,将三维微分方程组变为下列二维微分方程组:

$$\nabla^{2}U(x,k,z) - kU(x,k,z) = -\rho_{1}I\delta_{2}(A), (i = 1,2);$$

 $\partial U/\partial n = 0;$ 在地表
 $U_{1}|_{r_{2}} = U_{2}|_{r_{2}}; \frac{1}{\rho_{1}}\frac{\partial U_{1}}{\partial n}|_{r_{2}} = \frac{1}{\rho_{2}}\frac{\partial U_{2}}{\partial n}|_{r_{2}};$
 $U_{2}| = c \cdot K_{0}(kr).$ 在无穷远处
(2)

式中 Ko 是零阶第二类修正贝塞尔函数,k 为参数,c 为常数因子,r 为 G 中某点至任意点的距离, A(A)为以 A 为中心的二维狄拉克函数。

选取 印、印 作为基本解,其满足的方程及边界条件为:

$$\nabla^{2} \varphi_{1}(x,k,z) - k^{2} \varphi_{1}(x,k,z) = -\delta_{2}(p_{s}), p = p_{s} \in \Gamma;$$

$$\nabla^{2} \varphi_{2}(x,k,z) - k^{2} \varphi_{2}(x,k,z) = 0;$$

$$\rho_{1} \varphi_{1}|_{r_{2}} = \rho_{2} \varphi_{2}|_{r_{2}}; \qquad \left[\frac{\partial \varphi_{1}}{\partial n}\right]|_{r_{2}} = \left[\frac{\partial \varphi_{2}}{\partial n}\right]|_{r_{2}};$$

$$\left[\frac{\partial \varphi_{1}}{\partial n}\right]|_{r_{1}} = 0, \qquad \text{ atu } \text{ the }$$

$$(3)$$

q1、q2的表达式见文献[2]。

因为方程(3)是二维的,可以利用二维格林公式求解,即

$$\int_{\mathcal{Q}} (\varphi \nabla^2 U - U \nabla^2 \varphi) d\Omega = \int_{\Gamma} (\varphi \frac{\partial U}{\partial n} - U \frac{\partial \varphi}{\partial n}) d\Gamma_{\circ}$$
(4)

其中Ω是XZ平面上的二维区域,即图1中边界г₁+п,г₂和г∞所围限的区域,г是Ω的边 **界线,**n是边界 г的外法线方向。

对区域Ω,应用(4)式得:

$$\int_{\mathfrak{g}_1} (\varphi_1 \nabla^2 U_1 - U_1 \nabla^2 \varphi_1) d\Omega = \int_{\mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_1 + \mathfrak{r}_2 + \mathfrak{r}_\infty} (\varphi \, \frac{\mathfrak{a} U_1}{\mathfrak{m}} - U_1 \, \frac{\mathfrak{a} \varphi}{\mathfrak{m}}) d\Gamma_\circ$$
(5)

对区域Ω,应用(4)式得:

$$\int_{\boldsymbol{\rho}_2} (\boldsymbol{\varphi}_2 \nabla^2 U_2 - U_2 \nabla^2 \boldsymbol{\varphi}_2) d\Omega = \int_{-r_2 + \Gamma \infty} (\boldsymbol{\varphi}_2 \, \frac{\partial U_2}{\partial n} - U_2 \, \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_2}{\partial n}) d\Gamma_{\circ}$$
(6)

然后利用(2)、(3)式中的边值问题关系式,根据边界单元法原理,运用文献〔2〕中给出的 推导方法进行推导,可得如下边界积分方程:

$$(\omega_{p}/(2\pi)) \cdot U_{1}(p) = \rho_{1}I\varphi_{1}(p,A)/2 - \int_{r_{f}} U_{1} \frac{\vartheta\varphi_{1}}{\vartheta n} d\Gamma_{\circ}$$
⁽⁷⁾

其中 p 点位于地表, ω, 是 p 点对区域 Ω 所张的立体角, U₁ (p)为 p 点的电位。

在(7)式中,当边界 ri 变为水平边界时,由(3)式中最后一式可知,此时 ω=π,故此时 方程(7)式变为

$$U_1(p) = \rho_1 l \varphi_1(p, A),$$

它便是二层水平介质的解析解。

当 p 点位于地表的水平边界部分时,因为 ω_p=π,此时令 p=p,则由(7)式可知,水平 地表上的点 p,处的电位谱为

$$U_1(p_s) = \rho_1 I \varphi_1(p, A) - 2 \int_{\Gamma_1} U_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} d\Gamma_o$$
(8)

当 p 点位于地表起伏边界上时,此时令 p= P_1 ,则由(7)式可独立求解 $U_1(p_1)$ 值,然后将其 代入(8)式,便可解得 $U(p_1)$ 值。

利用边界元法求解(4)式积分方程,是采用边界剖分的方法,用 N 个单元节点将地表 起伏边界 r 剖分成 N-1 个小的边界单元。在积分方程(7)式中,对地表上的节点 p 经边 界剖分后可离散成下列单元积分求和的形式:

$$(\omega_{p}/(2\pi))U_{1}(p) = U_{0}(p) - \sum_{r=1}^{N-1} \int_{r} U_{1} \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial n} d\Gamma_{o}$$
(9)

其中 U₀(p)=p₁q₁(p,A)/2,若假定在每个小单元上,U(x,k,z)呈线性变化(在每个小单元结点上,U 是未知的),可用四点高斯积分公式及尤拉变换法计算出每个小单元上的线积分值。对 p 点而言,可得到以 N 个节点上的 U(x,k,z)为未知量的线性方程式:

$$(\omega_{p}/(2\pi))U_{1}(p) = U_{0}(p) - \sum_{i=1}^{n} F_{ip}U_{1}(i), \qquad (10)$$

当 p 点位于每一个单元节点时,则对 N 个节点而言,就可得到一个 N 阶线性方程组。该方 程组的矩阵形式为:

$$\mathbf{F}\{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{U}_0\} \tag{11}$$

式中F是由各单元线性积分值组成的 N×N 阶系数矩阵, {U} 是各单元节点上的待求电位组成的 N×1 阶列矩阵, {U₀} 是与点电源 A 处产生的场有关的 N×1 阶矩阵。

用全主元高斯消去法求解(7)式,便可求得地表起伏边界 Fi 上各单元节点上的 U(p) 值,进而利用(8)式求得地表水平边界 Fi 上的 U(p)值,然后通过富里叶余弦反变换即可 得到空间域中地表测点 p 处的电位 U(p)值,进而可以求出视电阻率 p. 值。

三、地形起伏条件下层状介质视电阻率的计算及讨论

在如图 1 所示的二层介质结构中,若认为观测到的地电阻率 α 的变化 Δα 仅由各层 电阻率变化所引起,则 α 的相对变化量为:⁽³⁾

$$\Delta \rho_s / \rho_s = S_1 (\Delta \rho_1 / \rho_1) + S_2 (\Delta \rho_2 / \rho_2)_{\circ}$$
(12)



其中S₁、S₂分别称为 α 对第一电性层和第 二电性层的响应系数,它反应了第一层和第二 层电阻率变化量 Δο₁/ρ₁ 和 Δο₂/ρ₂ 对观测值 Δα/ α 的影响程度。由于地震信息来源于地下深 部,为了探讨地电台址场地的地形变化对地下 深部信息识别的影响程度,本文利用边界单元 法程序计算了响应系数 S₂ 随地形的变化。

在图 2 所示的计算模型中,我们取地表为 一"V"字形山谷,并计算了山谷深度不同时在 地表所测得的视电阻率值。由图 2 可见,当 α/

ρ₁=0.01 时,随着 V 字型山谷深度的增加,视电阻率 ρ 亦呈逐步上升的趋势。而当 h= 0 时即 V 字形山谷深度为零时,视电阻率 ρ 便为二层水平介质时的值。可见地表起伏变 化直接影响着视电阻率 ρ 的值,因而在进行地电阻率观测时必须考虑地形对测值的影 响。图 3 为在上述计算模型条件下所计算的第二层响应系数 S₂ 随山谷深度变化的曲线。 由图 3 可见,当山谷深度不断增加时,响应系数 S₂ 逐渐地呈下降趋势,由于响应系数 S₂ 越小,则越不利于对地下深部电性信息的探测⁽³⁾,所以,山谷地形对于探测地下深部电 性信息是极为不利的。



本文的上述讨论说明,当地电台址的测区地形变化较大时,会对地电阻率观测资料 中所含深部信息起到某种程度的减小作用,地形变化越大,则地电观测资料中所含地下 深部的电性信息越小。因此,在选择地电台址时场地条件是很重要的一个因素,而起伏 变化的地貌条件对地电阻率的观测是极为不利的。同时也可以看到,对于地表为起伏地 形的层状介质电性结构,利用边界单元法作为数值模拟方法是可行的。该方法需要的剖 分点少,只在求解区域的边界剖分(本文中只须在地表起伏的边界),而且对于求解无限 域问题是非常适宜的。本文的方法不仅适用于地表为起伏地形的二层介质电性结构。同 时也适用于地表为起伏地形的多层介质电性结构。

(本文 1992 年 6 月 29 日收到)

参考文献

[1] 陈有发,地电阻率法的台址条件(一),西北地震学报,Vol.6, No.3, 1984.
[2] 马钦忠、钱家栋,二维层状介质点电源边界单元解,西北地震学报,Vol.13, No.2, 1991.
(3) 杨明芝等,关于层状介质视电阻率响应系数的研究,西北地震学报,Vol.8, No.2, 1986.

CALCULATION OF APPARENT RESISTIVITY UNDER THE CONDITION OF UNDULATE TOPOGRAPHY AND APPLICATIONS IN THE ANALYSIS OF GEOELECTRIC PRECURSOR

Ma Qinzhong, Zhao Heyun, Qian Jiadong

(Earthquake Research Institute of Lanzhou, SSB, China)

Abstract

This paper deals with the numerical simulation of the changes of apparent resistivity caused by topographic undulation based on the model of 2 D layered medium by using the boundary element method, and the general calculating method of apparent resistivity under the condition of abnormal surface topography in the horizontal layered medium and the influence of topography on geoelectric precursor are also discussed. The results show that the bigger the changes in topography, the less the information in apparent resistivity changes from deep depth. Thus, the proportion of precursory information could be reduced. From this point of view, big undulation in topography could be unfavorable for geoelectric resistivity monitoring.