



关于孔隙相互孤立饱和土体弹性模量的讨论

刘旭^{1,2}, 王兰民¹, 尹志文³

(1. 中国地震局地震预测研究所兰州基地, 甘肃 兰州 730000;

2. 上海交通大学建工学院, 上海 200030; 3. 中国地震局兰州地震研究所, 甘肃 兰州 730000)

摘要:对孔隙相互孤立饱和土体的弹性力学模型的部分观点进行了讨论。按 Carroll 的力学响应理论重新推导了此类土体的弹性本构关系和体积模量表达式。认为在准静态(很低频率)的波动问题中孔隙流体与固体骨架的相对运动为零, 土体渗透系数为零或流体粘性为无穷大的条件是等价的。在此条件下没有必要区分孔隙是否连通, 它们遵循相同的规律, 而且其土体弹性体积模量的结果与 Biot—Geertsma 理论的无排水准静态的弹性体积模量相同。

关键词:土体; 双相介质; 体积模量; 力学模型

中图分类号: TU435

文献标识码: A

文章编号: 1000-0844(2005)02-0190-03

Discussion on the Elastic Bulk Modulus for Saturated Soils with Isolated Pores

LIU Xu^{1,2}, WANG Lan-min¹, YIN Zhi-wen³

(1. Lanzhou Base of Institute of Earthquake Prediction, CEA, Lanzhou 730000, China;

2. School of Civil Engineering and Mechanics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China;

3. Lanzhou Institute of Seismology, CEA, Lanzhou 730000, China)

Abstract: In this paper, some opinions in the mechanical model for saturated soils with isolated pores are discussed. Based on the Carroll's mechanical response theory of fluid-saturated porous materials, the stress-strain relations and bulk modulus for this kind of soils are derived again. As a result, for the bulk modulus of quasi-statistic wave, the condition of isolated pores on soils has same effect with no relative movement between solid and fluid, zero permeability or infinite fluid viscosity, and there is no difference whether the pore is isolated or not. The bulk modulus derived here is the same as that in Biot's theory.

Key words: Soil; Two-phase media; Bulk modulus; Mechanical model

0 前言

孔隙相互孤立饱和土体是指饱和土体中的孔隙没有相互连通, 在微观上不同孔隙的孔隙压力可以不相同。因为孔隙之间相互孤立的现象是孔隙率较低的土体或岩体所常见的现象, 多位学者论述了孔隙相互孤立饱和土体的力学模型^[1-3], 可见此问题

具有十分重要的意义。但是一些文献在此问题上的论述却有着不同的观点, 所以有必要进行讨论。作者认为在准静态(很低频率)的波动问题中, 由于振动波长远大于土体的微观不均匀性, 而且土体的应力及应变是指典型土单元中各点的应力及应变的平

收稿日期: 2004-05-14

基金项目: 甘肃省自然科学基金(ZS041-A25-014); 中国地震局兰州地震研究所论著编号: LC20050032

作者简介: 刘旭(1963—), 男(汉族), 河北博野人, 副研究员, 现主要从事土动力学及弹性波理论研究。

均值,因此不排水条件意味着没有必要区分孔隙是否连通。而且孔隙流体与固体骨架的相对运动为零、土体渗透系数为零或流体粘性为无穷大的条件是等价的。在此条件下它们遵循相同的规律。本文按 Carroll(1980)的力学响应理论,用孔隙相互孤立饱和土体中总压力与孔隙流体的压力成正比的应力关系,重新推导出了此类土体等效体积模量,其结果与 Biot—Geertsma 理论的准静态弹性体积模量^[4]是一致的。

1 对目前孔隙相互孤立饱和土体力学模型的一些观点的讨论

一种观点认为孔隙相互孤立饱和土体的力学模型是串联模型,并且与 Wood 对悬液的公式相合。土体体积模量 K 有^[1]

$$\frac{1}{K} = \frac{1-\varphi}{K_s} + \frac{\varphi}{K_f} \quad (1)$$

式中 K_s 为土颗粒材料的体积模量; K_f 为孔隙流体的体积模量; φ 为土体的孔隙率。

另一种观点认为孔隙相互孤立饱和土体的力学模型为^[2]

$$\sigma_t = L\sigma \quad (2)$$

式中 σ 为总应力; σ_t 为孔隙流体应力; L 被该文称修正侧压系数。其值域为 $1 < L < 3$ 。而总应变 ϵ 等于骨架应变 ϵ_b 与流体应变 ϵ_f 之和:

$$\epsilon = \epsilon_b + \epsilon_f \quad (3)$$

得出的土体等效侧限模量 $\lambda + 2\mu$ 为^[2]

$$\lambda + 2\mu = \frac{K_f(\lambda_b + 2\mu_b)}{(1-\varphi)K_f + L\varphi(\lambda_b + 2\mu_b)} \quad (4)$$

式中 λ, μ 分别是土体的等效 Lamé 常数和剪切模量; λ_b, μ_b 分别是土体骨架的 Lamé 常数和骨架剪切模量。

根据式(4),我们可推论:因为土体中的流体不具备抗剪能力,所以土体的剪切模量等于土体骨架的剪切模量 $\mu = \mu_b$ 。利用体积模量和 Lamé 常数的关系可从上式可以导出

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu = \frac{K_f(\lambda_b + 2\mu_b)}{(1-\varphi)K_f + L\varphi(\lambda_b + 2\mu_b)} - \frac{4}{3}\mu_b \quad (5)$$

我们认为式(1)仅适合于悬液,而不适合于孔隙孤立模型。这两类土模型是完全不同的,却有相同的弹性模量表达式,这是值得怀疑的。对悬液而言,颗粒之间相互分离,骨架的弹性模量为零;对孔隙孤立型的介质而言,骨架的弹性模量必不为零。在式

(1)中却没有反映骨架弹性模量的影响。

对孔隙孤立模型而言,如果令 $K_f = 0$, 式(1)及式(5)得到的 K 应为骨架的体积模量;式(4)得到的应为骨架侧限模量,因为当流体的体积模量为零时,外荷载完全由骨架承担。但是,由式(1)得到 $K = 0$ 的结论,由式(5)得到了 $K = -\frac{4}{3}\mu_b$ 的结论,由式(4)得到了骨架侧限模量为零的结论,这显然不符合逻辑。如果令孔隙率等于零,意味着土体或岩体完全由相同的矿物构成,应得到 $K = K_s$ 的结果,但是,式(5)得出了 $K = \lambda_b + \frac{2}{3}\mu_b = K_b$ 的结论。因此,式(1)及式(5)是否适合于孔隙孤立模型均值得深入讨论。

2 本文的孔隙相互孤立饱和土体的力学模型

根据 Carroll(1980)的力学响应理论,在孔隙相互孤立的条件下,总压力 P 与孔隙流体的压力 P_f 成正比,无疑是正确的:

$$P = LP_f \quad (6)$$

上式与式(2)没有本质的区别。但是式(3)是不严密的。因为孔隙相互孤立饱和土体意味着无排水,此条件下总的体积应变应该是流体的体积应变与固体材料体积应变(相当于颗粒材料中的颗粒体积应变,而不是骨架的应变)之和,即

$$\epsilon = \epsilon_s + \epsilon_f \quad (7)$$

公式(2)的证明如下:土体的总体积 V 等于固体材料的体积 V_s 与孔隙流体的体积 V_b 之和:

$$V = V_s + V_f \quad (8)$$

对饱和土体上式具有普遍意义。求微值后,有 $\Delta V = \Delta V_s + \Delta V_f$ 。根据孔隙率的定义可得

$$\frac{\Delta V}{V} = \varphi \frac{\Delta V_f}{V_f} + (1-\varphi) \frac{\Delta V_s}{V_s} \quad (9)$$

注意到土体的应力及应变是指典型土单元中各点的应力及应变的平均值,式(9)说明总应变等于流体应变与固体材料应变之和,即式(2)成立。

因为式(3)是不严密的,那么由式(3)参与计算并得出的式(4)、(5)也是难以成立的。

将 Hook 定理(或体积模量的定义)分别应用到土中流相及固相介质:

$$\frac{\Delta V}{V} = \varphi \frac{(-P_f)}{K_f} + (1-\varphi) \frac{(-P_s)}{K_s} \quad (10)$$

注意到土体的应力及应变是指典型土单元中各点的应力及应变的平均值,所以

$$P = \varphi P_i + (1 - \varphi) P_s \quad (11)$$

上式与式(2)不一致,原因在于式(2)仅适用于孔隙孤立条件,而式(11)则没有孔隙孤立条件的限制。改写上式

$$P_s = \frac{1}{(1 - \varphi)} P - \frac{\varphi}{(1 - \varphi)} P_i \quad (12)$$

将式(6)代入式(12)消除流体压力,得

$$P_s = \frac{L - \varphi}{(1 - \varphi)L} P \quad (13)$$

将式(6)、(13)代入式(10)得

$$-\frac{\Delta V}{V} = \left(\frac{\varphi}{LK_i} + \frac{L - \varphi}{LK_s} \right) P \quad (14)$$

根据土体等效体积模量的定义

$$K = -\frac{P}{\frac{\Delta V}{V}} = \frac{K_i K_s L}{\varphi K_s + (L - \varphi) K_i} \quad (15)$$

作者不清楚为什么文献[2]要限制 L 值在 $1 \sim 3$ 之内(原文是:孔隙流体压力 $u = K\sigma$, K 为修正侧压系数,在 $1/3 \sim 1$ 之间,符号有所不同)。如果孔隙中是极易压缩的稀薄流体或干脆是真空, $K_i \rightarrow 0$, 那么无论总压力有多大,流体压力都近似为零,显然限制 L 值在 $1 \sim 3$ 之内是不妥当的。但是,根据 Carroll(1980) 的研究可导出 L 如下(详细的说明可查原文或文献[6]):

$$L = 1 - \frac{\varphi K_b}{K_s - K_b} + \frac{\varphi K_b K_s}{K_i (K_s - K_b)} \quad (16)$$

将式(16)代入式(15),得

$$K = \frac{K_s^2 K_i - (1 + \varphi) K_s K_b K_i + \varphi K_s^2 K_b}{[(1 - \varphi) K_s K_i + \varphi K_s^2 - K_b K_i]} \quad (17)$$

如果用压缩系数的倒数 $\frac{1}{c_s}, \frac{1}{c_b}, \frac{1}{c_i}$ 分别代替 K_s, K_b, K_i , 则与 Biot-Geertsma 理论的低频率体积模量是完全相同的:

$$K = \frac{1}{c_b} + \frac{(1 - \beta)^2}{(1 - \varphi - \beta)c_s + \varphi c_i} \quad (18)$$

式中 $\beta = c_s/c_b$ 。在式(17)中令 $K_i = 0$, 得 $K = K_b$; 令 $\varphi = 0$, 得 $K = K_s$, 这是合理的。另外,对饱和土体而言,土体的骨架由土体的固体颗粒搭建而成, K_b 不仅与 K_s 有关,而切还与骨架的几何结构有关。由于骨架实际结构的复杂性,很难得到 K_b 与 K_s 的理论关系,但是对于一些非常简单的几何结构,例如,所有的孔隙为球形空腔,两者有理论关系,可参见文献[5]和[6]。但是,对于孔隙孤立型介质,只要 $K_s = 0$, 必有 $K_b = 0$, 及 $K = 0$ 。

我们认为对于低频振动而言,只要无排水(无渗流),或孔隙流体与固体骨架无相对运动, Biot-Geertsma 理论低频率所对应的体积模量与孔隙独立型土体的体积模量是相同的,也不需要确定侧压系数。在低频振动中,孔隙连通仅表明孔隙中流体的压力处处相等,如果用了“体积平均”的方法来表示孔隙压力,也就没有孔隙中流体的压力处处相等的要求了。对于低频的弹性振动,孔隙流体与固体骨架无相对运动、孔隙独立(渗透系数为零)及孔隙连通但不排水,没有本质的区别。

3 结语

在研究多孔隙中弹性波的传播问题时,由于弹性波的作用时间较短,孔隙中的流体来不及被排出,所以一般假使边界条件是不排水条件。又因为人工地震波和天然地震波的频率远低于土体的参照频率,所以研究这些问题时,可以按准静态条件考虑[6]。可以看出不排水准静态的条件是非常重要的研究内容。利用该条件对土体弹性模型进行简化在实际工作中是很适用的,但是这些简单的模型必须有正确的理论依据。理论的结果更应注重应用的普遍性。表面上看本文推导的体积模量式稍有复杂,但是它所用的基本参数都是容易获得的,例如 K_b 可以通过波速测试或土工实验获得[4],而且没有必要计算 L 值。在理论上本文也对近期发表的一些简化模型进行了部分更改,不足之处欢迎批评指正。

[参考文献]

- [1] 门福录. 波在饱和流体的孔隙介质中的传播问题[J]. 地球物理学报, 1981, 24(1): 65-76.
- [2] 陈龙珠, 等. 海底沉积物结构影响声速的理论探讨[J]. 海洋学报, 1988, 10(3): 368-373.
- [3] 徐长节. 非饱和土及饱和土中波的传播[D]. 杭州: 浙江大学, 1997. 13-18.
- [4] 刘旭, 王建荣, 张森安. 水饱和土层中骨架波速的获取与分析[J]. 西北地震学报, 1995, 17(3): 75-79.
- [5] M M Carroll. Mechanical response of fluid-saturated porous materials[A]. in: IUTAM Proceedings of 15th International congress of theoretical and applied mechanics[C]. North-Holland, New York; F P J Rimrott and B Tabarrok, 1980. 251-262.
- [6] 刘旭. 多相介质的弹性参数研究及波速计算[D]. 北京: 中国地震局地球物理研究所, 2002.