

# 基于虚拟激励法的消能减震结构随机响应分析

何晴光, 杜永峰, 程选生

(兰州理工大学 防震减灾研究所, 甘肃 兰州 730050)

**摘要:**基于虚拟激励法推导了用于具有非比例阻尼特征的消能减震结构在随机地震激励下计算其响应功率谱的一般解答。该方法避免了复模态方法的复数运算,可高效地求出响应功率谱和均方响应。算例验证分析说明该方法符合工程经验,具有很高的计算效率。

**关键词:**消能减震; 随机振动; 虚拟激励法

**中图分类号:** TU352.1      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-0844(2008)04-0366-03

## Random Response for Energy Dissipation Structure Based on the Pseudo Excitation Method

HE Qing-guang, DU Yong-feng, CHENG Xuan-sheng

(Institute of Earthquake Protection and Disaster Mitigation, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** With the pseudo excitation method applying in non-proportional damped energy dissipation structure, the higher accuracy numerical algorithm for response power spectrum is developed. The algorithm avoid complex mode operation. Numerical example shows the algorithm accord with engineering.

**Key words:** Energy dissipation; Random vibration; Pseudo excitation method

### 0 前言

消能减震体系是结构控制领域的一个重要组成部分,是一种简单易行的消能结构,与传统的结构体系相比有着无法比拟的优越性。消能减震结构体系由于设置非承重的消能构件或消能装置,具有极强的消能能力,在强地震中能率先消耗结构的地震能量,迅速衰减结构的地震反应,保护主体结构 and 构件免遭损坏,确保结构在强地震中的安全<sup>[1]</sup>。近年来,消能减震结构是土木工程领域关注的热点之一,但研究者主要致力于新型消能装置研制和性能的优化,对于装有消能装置的结构动力响应目前大多进行的是时程分析。如李钢、李宏男等研究了采用时程分析时基于位移的消能减震结构抗震设计方法<sup>[2]</sup>;隋杰英、姚幸海研究了抗震加固用消能减震结构的弹塑性时程分析方法<sup>[3]</sup>。地震动本质上是随机性的<sup>[4]</sup>,而消能减震结构在随机激励下的响应问题研究在文献中却并不多见。张文首等在虚拟激励法基础上采用复振型解耦研究了多种装有阻尼器

的不同结构的随机响应<sup>[5]</sup>。对于装有多个阻尼器的情况采用复振型分析方法要对每一个设计方案计算一组复振型,会增加相应的计算时间。本文注意到实振型与阻尼阵无关,仍采用传统虚拟激励法,推导了消能减震结构的随机响应计算公式。

### 1 运动方程

考虑到结构中设置消能减震装置后,可以把结构体系的运动方程写成如下形式:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C_s + C_d]\{\dot{x}\} + [K_s + K_d]\{x\} = -[M]\{E\}\ddot{x}_g(t) \quad (1)$$

式中 $[M]$ 为原结构质量矩阵; $[K_s]$ 为原结构刚度矩阵; $[C_s]$ 为原结构阻尼矩阵; $[K_d]$ 为安装消能器产生的附加刚度矩阵; $[C_d]$ 为消能器附加阻尼矩阵; $\{E\}$ 为表示地震激励位置的列向量; $\ddot{x}_g(t)$ 为地震地面运动加速度; $\{\ddot{x}\}$ 、 $\{\dot{x}\}$ 、 $\{x\}$ 为分别表示消能减震结构上部各层相对于基础的加速度、速度和位移的

收稿日期:2008-02-27

基金项目:国家自然科学基金(50778087)

作者简介:何晴光(1974-),男,湖南郴州人,讲师,博士研究生,现主要从事结构工程及防震减灾研究。

列向量。当附加装置的刚度不变时,可以把刚度矩阵 $[K_s + K_d]$ 合写为 $[K]$ 。

## 2 分析与求解

为计算出结构各层的均方响应,令

$$\{x(t)\} = [\Phi]\{u(t)\} = \sum_{j=1}^q u_j \{\varphi_j\}, \quad (2)$$

其中 $[\Phi]$ 为振型向量矩阵, $\{\varphi_j\}$ 表示第 $j$ 个振型向量。

利用地震地面运动加速度的自谱构造虚拟地面加速度激励<sup>[6]</sup>

$$\ddot{x}_g(t) = \sqrt{S_{\ddot{x}_g}(\omega)} e^{i\omega t} \quad (3)$$

其中地震地面运动加速度的自谱 $S_{\ddot{x}_g}(\omega)$ 采用 Kanai-Tajimi 过滤白噪声功率谱模型,即

$$S_{\ddot{x}_g}(\omega) = S_0 \frac{\omega_g^4 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2}{(\omega^2 - \omega_g^2)^2 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2} \quad (4)$$

将 $[\Phi]^T$ 左先乘式(1)中各项,并将式(2)、(3)代入,得

$$[\bar{M}]\{\ddot{u}\} + [\Phi]^T[C_s + C_d][\Phi]\{\dot{u}\} + [\bar{K}]\{u\} = -[\Phi]^T[M]\{E\} \sqrt{S_{\ddot{x}_g}(\omega)} e^{i\omega t} \quad (5)$$

其中: $[\bar{M}] = [\Phi]^T[M][\Phi]$ ;  $[\bar{K}] = [\Phi]^T[K][\Phi]$ 。

因为消能减震结构阻尼矩阵一般不满足经典阻尼条件

$$[C_s + C_d][M]^{-1}[K] = [K][M]^{-1}[C_s + C_d] \quad (6)$$

所以一般在解式(1)时可以采用复振型分解法或强行解耦法求解。本文在算例中对比了强行解耦法,即采用下式计算结构的响应功率谱

$$[S_{xx}(\omega)] = \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^q \gamma_j \gamma_k \{\varphi_j\} \{\varphi_k\}^T H_j^*(\omega) H_k(\omega) S_{\ddot{x}_g}(\omega) \quad (7)$$

式中 $\gamma_j$ 和 $\gamma_k$ 表示第 $j$ 阶和第 $k$ 阶的振型参与系数; $H_j(\omega)$ 为第 $j$ 振型的频响函数,可用下式计算

$$H_j(\omega) = \frac{1}{\omega_j^2 - \omega^2 + 2i\xi_j \omega_j \omega} \quad (8)$$

其中 $\xi_j$ 为与振型有关的阻尼比。

由于式(5)中第二项的系数无法化成对角阵,为方便记

$$[\bar{C}] = [\Phi]^T[C_s + C_d][\Phi] \quad (9)$$

本文采用林家浩分解响应的方法<sup>[7]</sup>来求解第(5)式,即假定虚拟响应可以写成如下形式:

$$\{\ddot{u}(t)\} = (\{\ddot{u}_r\} + i \cdot \{\ddot{u}_i\}) e^{i\omega t} \quad (10)$$

将上式代入式(5)中,合并其中的实部与虚部后,

对比该式的左右两边有

$$[F]\{\ddot{u}_r\} + [D]\{\ddot{u}_i\} = [P] - [D]\{\ddot{u}_r\} + [F]\{\ddot{u}_i\} = \{0\} \quad (11)$$

其中 $[F] = [\bar{K}] - \omega^2[\bar{M}]$ ;  $[D] = -\omega[\bar{C}]$ ;  $[P] = -[\Phi]^T[M]\{E\} \sqrt{S_{\ddot{x}_g}(\omega)}$

从式(11)中可以解出

$$\{\ddot{u}_r\} = ([F][D]^{-1}[F] + [D])^{-1}[F][D]^{-1}\{P\}$$

$$\{\ddot{u}_i\} = ([F][D]^{-1}[F] + [D])^{-1}\{P\} \quad (12)$$

将此解代入第(10)式和第(2)式后可以得到结构的虚拟响应

$$\{\ddot{x}(t)\} = [\Phi](\{\ddot{u}_r\} + i \cdot \{\ddot{u}_i\}) e^{i\omega t} \quad (13)$$

根据虚拟激励法有

$$[S_{xx}(\omega)] = \{\ddot{x}(t)\}^* \cdot \{\ddot{x}(t)\}^T \quad (14)$$

将式(13)代入上式后有

$$[S_{xx}(\omega)] = [\Phi](\{u_r\} \{u_r\}^T + \{u_i\} \{u_i\}^T) [\Phi]^T \quad (15)$$

$[S_{xx}(\omega)]$ 矩阵中的对角线元素即为各层的响应自功率谱函数。上式形式非常简明,并且得到的解答在理论上就是精确解,这一计算过程不必象强行解耦法那样对振型阻尼矩阵剔除非对角元素,也不必进行如式(7)那样的叠加计算,计算效率相对传统算法效率更高。将上式代入响应的均方值计算式

$$\sigma_{xx}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(\omega) d\omega \quad (16)$$

即可得到各层响应均方值。但由于此处响应的自谱实际上是由一系列离散的频点计算而得,所以响应均方值的计算结果取决数值模拟时所选用的频率的范围以及频点的密度。式(16)在数值计算时也应该改写为如下形式:

$$\sigma_{xx}^2 \approx \sum_{\omega_1}^{\omega_n} S_{xx}(\omega_i) \cdot \Delta\omega \quad (17)$$

式中的 $(\omega_1, \omega_n)$ 取到合适的范围时就可以得到工程设计时可以利用的响应功率谱,一般 $\omega_1$ 取0,而 $\omega_n$ 则可以根据设计经验估计结构自振频率后取经验的3倍左右。 $\Delta\omega$ 取值当合适的足够小时既可以保证计算结果的精度,也可以获得满意的计算效率。

## 3 数值算例

为了验证本文计算结构响应功率谱的式(15)与均方响应的式(17)的合理性与正确性,本文采用 matlab 编程,选取了一个六层建筑物作为算例,并用另一常用的强行解耦法计算结果作为对比。该建筑物各层质量均为 $5.5 \times 10^5$  kg,层刚度第2层至第6层为 $7.8 \times 10^5$  kN/m,第1层为 $7.2 \times 10^5$  kN/m;结

构中装有粘滞型阻尼器,各层阻尼系数总和由上至下分别为  $5 \times 10^5, 5 \times 10^5, 6 \times 10^5, 6 \times 10^5, 7 \times 10^5, 9 \times 10^5 \text{ N} / [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$ 。输入的地震动功率谱各参数分别为  $\omega_g = 18.656; \xi_g = 0.775; S_0 = 59.512 \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$ 。用虚拟激励法(PE)和强行解耦法(FD)两种方法计算得到第一层和第二层的相对位移响应功率谱如图

表1 无消能装置结构层间位移响应功率谱的峰值不同算法结果对比

计算方法	6层	5层	4层	3层	2层	1层
强行解耦法	6.415 3E-007 -3.179 2E-024i	2.419 9E-006 +1.840 4E-023i	4.93E-006 -6.484 8E-024i	7.600 1E-006 +1.978 6E-023i	9.825 4E-006 -4.265 3E-024i	1.121 4E-005 -1.345 5E-022i
虚拟激励法	6.415 3E-007	2.419 9E-006	4.93E-006	7.600 1E-006	9.825 4E-006	1.121 4E-005

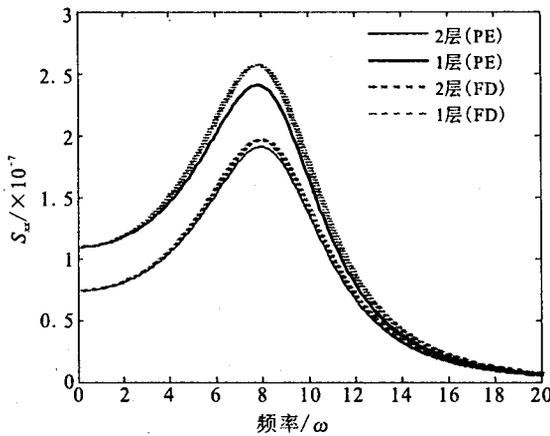


图1 第1、2层的响应功率谱

Fig.1 Response power spectrums of 1<sup>st</sup> & 2<sup>nd</sup> stories in the model.

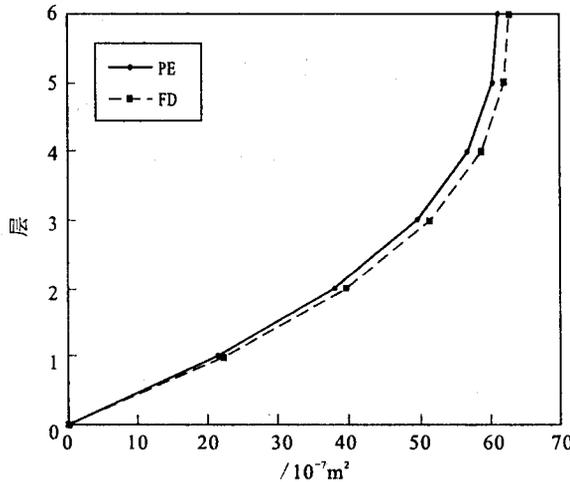


图2 各层位移响应均方最大值

Fig.2 Displacement response means square values for different stories in the model.

### 4 结论

从图1中可以看出在安装阻尼器的情况下底层和第2层的计算结果两者是有一定差别的,采用强

行解耦法的计算结果偏大一些。在图2中则可以看出两种不同方法在计算位移均方值时同样反映强行解耦法结果偏大。而在不安装阻尼器时,两种方法从表1中的结果来看在实部上的数值结果是相吻合的。但是应该注意到在计算结果上强行解耦法存在一个虚部,一方面证明本文所采用的虚拟激励法在计算结果上是可靠的,另一方面也证明虚拟激励法计算消能减震结构在非比例阻尼的存在时不略去阻尼矩阵中非对角线元素的方法是可行的。而且matlab程序计算结果显示强行解耦法的计算过程中有一些复数项的虚部被强行忽略,比较而言虚拟激励法计算此类结构其解答闭合性更好。在本算例安装阻尼器时的matlab计算结果显示,采用虚拟激励法时计算用时0.594秒,而采用强行解耦法时,得到类似的结果共用时3.063秒,说明虚拟激励法在计算消能减震结构时相比强行解耦法效率更高。

### [参考文献]

- [1] 贺军利,汪大绥.消能减震房屋抗震设计方法研究述评[J].世界地震工程,2005,21(4):148-156.
- [2] 李钢,李宏男.基于位移的消能减震结构抗震设计方法[J].工程力学,2007,24(9):88-94.
- [3] 隋杰英,姚幸海,刘文锋.抗震加固用消能减震结构的弹塑性时程分析方法[J].固体力学学报,2006,27(S):87-92.
- [4] 董娣,刘锐,桑向国.随机方法模拟地震动的应用研究[J].西北地震学报,2006,28(4):298-302.
- [5] Y L Xu, W S Zhang. Model analysis and seismic response of steel frames with connection dampers[J]. Engineering Structures, 2001(23):385-396.
- [6] 林家浩.随机地震响应的确定性算法[J].地震工程与工程振动,1985,5(1):89-93.
- [7] 林家浩,张亚辉.随机振动的虚拟激励法[M].北京:科学出版社,2004.