

UH 模型有限元程序中初始超固结比的确定方法

姚仰平, 冯 兴, 李春亮

(北京航空航天大学 交通科学与工程学院, 北京 100191)

摘 要: 不排水抗剪强度与初始超固结比 OCR 的关系可以由三轴压缩状态下的不排水抗剪强度公式表示。首先根据该公式由强度试验数据计算土体各点 OCR 与其深度的关系式; 然后将该关系式引入到 UH 模型有限元程序中; 最后应用 UH 模型的有限元程序分别对考虑 OCR 随深度变化和 OCR 为 1 的不排水地基进行了数值分析, 并对两种情况下的载荷—沉降曲线、随时间变化的地基表面沉降、随时间变化的结点剪应变、体应变和孔压曲线作了比较。分析可知: 采用 OCR 随深度变化的 UH 模型的有限元程序能够合理考虑地基土体实际的超固结比, 在非均质不排水地基的有限元分析中是有必要的。

关键词: UH 模型; 超固结比; 有限元; 不排水地基

中图分类号: TU 441⁺8

文献标识码: A

文章编号: 1000-0844(2011)03-0212-06

Determination Method of Initial over Consolidation Ratio in the Finite Element Program of UH Model

YAO Yang-ping, FENG Xing, LI Chun-liang

(School of Transportation Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: The relationship between the undrained shear strength and the initial over consolidation ratio (OCR) can be expressed by the formulation of undrained shear strength under triaxial compression condition. Firstly, the relationship between OCR of soil and depth is obtained by using the test data of undrained shear strength according to the formulation. Then the relationship between OCR and depth is introduced to the finite element program of UH model, so the OCR changes with depth can be considered. Finally, the numerical analyses of undrained soil foundation considering OCR changes with depth and normally consolidated soil are performed respectively by using the finite element program of UH model. The load—settlement curves, the settling curves on center of foundation surface with time, the shear strain curves, volumetric strain curves and pore pressure curves for points with time under the two conditions are compared. The comparisons of results show that the finite element program of UH model considering OCR changes with depth can give the actual OCR of foundation soil reasonably, and it is necessary to be used in the finite element analysis of non—homogenous undrained soil foundation.

Key words: UH model; Over consolidation ratio; Finite element; Undrained foundation

0 引言

在描述土的特性方面, 各国学者开展了许多卓有成效的研究工作, 提出了众多的本构模型, 例如

Mohr—Coulomb 模型、DP 弹塑性模型、Cam—clay 模型、Dafalias 的界面模型、Asaoka 和 Nakai 建立的弹塑性本构模型、姚仰平提出的超固结土 UH 模

收稿日期: 2011-03-12

基金项目: 国家自然科学基金(10872016; 11072016; 50879001)

作者简介: 姚仰平(1960—), 男(汉族), 陕西西安人, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事土的基本特性和本构模型研究。

型等^[1-4],其中 UH 模型基于 Cam-clay 模型,并在下加载面理论的框架下,能反映超固结土剪缩、剪胀、硬化、软化以及应力路径依赖性等特性,而且所需参数少,可由常规三轴试验确定,简单、实用,利于模型在工程中的广泛应用。

土体的初始超固结比(OCR)是 UH 模型在分析超固结土方面的重要参数。地基中土体的初始超固结比是历史上经受的最大竖向有效应力和初始竖向有效应力的比值,而在实际工程中土体历史上经受的最大竖向有效应力是不好确定的,往往给出的是土的不排水抗剪强度的试验数据。因此本文通过研究不排水抗剪强度与超固结比的关系,由不排水抗剪强度来确定土的超固结比,将超固结比随深度的变化关系引入到 UH 模型的有限元程序中来合理考虑土体实际的超固结比,并采用该有限元程序比较分析 OCR 随深度变化和正常固结土的不排水地基的变形特性,从而证明采用 OCR 随深度变化的 UH 模型有限元程序来分析非均质不排水地基变形特性是有必要的。

1 超固结土 UH 模型简介

1.1 UH 模型的屈服函数

UH 模型采用参考屈服面和当前屈服面来描述超固结土在整个应力变化过程中超固结程度会逐渐减弱的趋势。屈服面如图 1 所示,两个屈服面的公式表示相似。当前屈服面以及相应的塑性势面可统一表示为

$$f = \ln \frac{p}{p_{x0}} + \ln \left[1 + \frac{q^2}{M^2 p^2} \right] - \frac{1}{c_p} H = 0 \quad (1)$$

式中: p 为当前应力点上的平均主应力; q 为该点上的广义剪应力; $c_p = (\lambda - \kappa)/(1 + e_0)$, λ 为等向压缩线的斜率, κ 为等向回弹线的斜率, e_0 为初始孔隙比; M 为特征状态和临界状态下的应力比, p_{x0} 为相应的初始平均主应力,硬化参数 H 可表示为

$$H = \int dH = \int \frac{M_f^4 - \eta^4}{M_f^4 - \eta^4} d\epsilon_v^p \quad (2)$$

式中潜在强度 M_f 可以采用抛物线函数形式的改进 Hvorslev 面^[5]和超固结参数 R 来表示:

$$\left. \begin{aligned} M_f &= \frac{q_f}{p} = 6 \left[\sqrt{\frac{k}{R} \left(1 + \frac{k}{R} \right)} - \frac{k}{R} \right] \\ R &= \frac{p}{p_{x0}} \left(1 + \frac{\eta^2}{M^2} \right) \exp \left(-\frac{\epsilon_v^p}{c_p} \right) \\ k &= \frac{M^2}{12(3-M)} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 M_f 为潜在强度; R 为超固结参数。

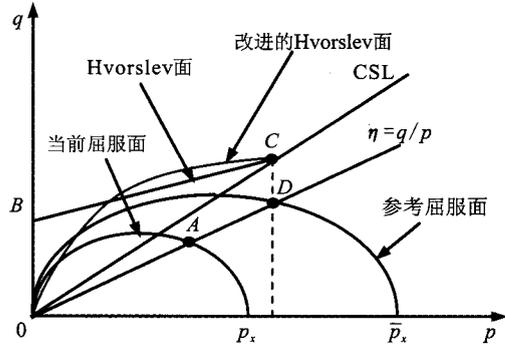


图 1 当前屈服面、参考屈服面与改进的 Hvorslev 面示意

Fig. 1 Diagram for current yield surface, reference yield surface and revised Hvorslev envelope.

1.2 三维超固结土 UH 模型的对称弹塑性矩阵

采用 SMP 强度准则,将二维 $p-q$ 空间变换成变换应力空间的应力张量^[6-10]。在三维化的变换应力空间中,由于变换应力的存在使得 UH 模型的弹塑性矩阵是非对称矩阵,这会造成有限元计算难以收敛。为了提高收敛速度,采用熊文林的对称化方法将 UH 模型的弹塑性矩阵对称化表示为^[11]

$$D_{ijkl} = D_{ijkl}^e - D_{ijmn}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} / X' \quad (4)$$

式中 D_{ijkl}^e 为弹性刚度矩阵的张量。

$$\left. \begin{aligned} D_{ijkl}^e &= L \delta_{ij} \delta_{kl} + G(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \\ G &= \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{3(1-2\nu)(1+e_0)}{2(1+\nu)\kappa} p \\ L &= \frac{E}{3(1-2\nu)} + \frac{2}{3}G = \frac{(1+e_0)}{\kappa} p - \frac{2}{3}G \\ X' &= k \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} + \frac{1}{\Omega} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} \right) \\ \tilde{\Omega} &= \frac{(M_f^4 - \tilde{\eta}^4)}{(M_f^4 - \eta^4)}; k = \frac{(\partial f / \partial \tilde{\sigma})^T D^e d\tilde{\epsilon}}{(\partial f / \partial \sigma)^T D^e d\epsilon} \end{aligned} \right\}$$

2 初始超固结比 OCR 的计算和引入 UH 模型

2.1 不排水抗剪强度公式

在三轴压缩状态下,不排水抗剪强度公式^[12]的表达式变为

$$S_u = OCR \sigma_{\alpha} M \frac{(1 + 2K_0^{NC})}{12} (1 + B^2) \left[\frac{2(1 + 2K_0^{OC})}{(1 + 2K_0^{NC}) OCR (1 + B^2)} \right]^{\frac{\kappa}{\lambda}} \quad (6)$$

其中,

$$M = \frac{6 \sin \varphi_{cs}}{3 - \sin \varphi_{cs}} \quad (7)$$

$$B = \frac{3(1 - K_0^{NC})}{M(1 + 2K_0^{NC})} \quad (8)$$

$$K_0^{NC} = 1 - \sin \varphi_{cs} \quad (9)$$

$$K_0^{OC} = K_0^{NC} OCR^{\sin \varphi_{cs}} \quad (10)$$

式中 σ_v 为初始竖向有效应力; K_0^{NC} 为正常固结土的静止土压力系数; K_0^{OC} 为当前静止土压力系数; φ_{cs} 为临界状态剪切摩擦角。

2.2 计算超固结比 OCR

根据不排水抗剪强度的公式(6),能够由不排水抗剪强度的试验数据计算土的超固结比,从而得出 OCR 随深度的变化曲线,通过对该曲线的拟合得到地基土体各点的 OCR 与土体各点的深度坐标 z 的关系式为多项式

$$OCR = f(z) \quad (11)$$

图2介绍了由不排水抗剪强度求 OCR 的计算流程。

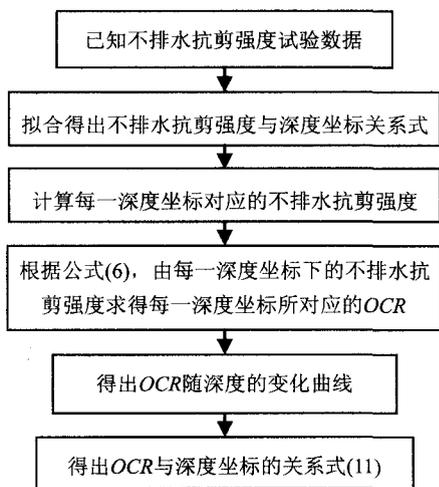


图2 OCR 计算流程

Fig.2 Flow chart of OCR calculation.

例如:已知地基的不排水抗剪强度随深度变化分布情况,室内试验数据^[13]由图3中圆点表示,不排水抗剪强度与深度坐标关系式所反映的不排水抗剪强度随深度变化曲线如图3中实线表示,计算得到的 OCR 随深度变化曲线如图4中实线表示,并求得 K_0^{OC} 也随深度变化如图4中虚线表示,对 OCR 随深度变化曲线进行拟合得到 OCR 与深度坐标 z 的关系式为

①当 $0 \leq z < 8$ 时

$$OCR = 1$$

②当 $8 < z \leq 10$ 时

$$OCR = -0.366\ 046\ 58z^5 + 16.881\ 337\ 95z^4 -$$

$$309.369\ 627\ 6z^3 + 2\ 818.780\ 15z^2 -$$

$$12\ 778.060\ 62z + 23\ 069.459\ 08$$

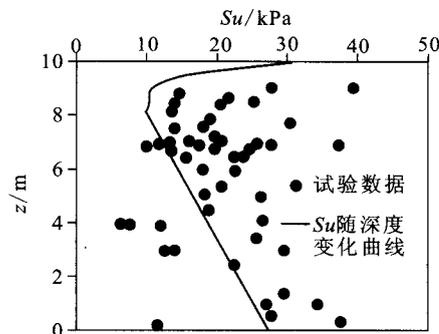


图3 土的不排水抗剪强度

Fig.3 Undrained shear strength of clay.

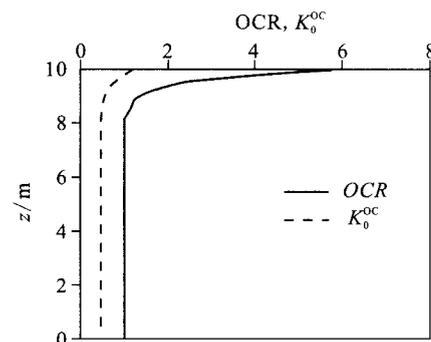


图4 土的 OCR 和 K_0^{OC}

Fig.4 OCR and K_0^{OC} of clay.

2.3 UH 模型有限元程序中 OCR 的引入

UH 模型的有限元程序在分析超固结土地基的特性方面具有很大的优越性^[14]。针对地基中每个土体结点超固结比的不同,OCR 是随土体深度发生变化的,图5的流程详细说明了如何将 OCR 随深度的变化关系引入到 UH 模型有限元程序中,使得 UH 模型有限元程序能够合理考虑地基土体实际的超固结比,从而能够对实际工程中的地基进行更加合理的模拟分析。

流程图5中所需公式为

$$K_0^{NC} = 1 - \sin \varphi_{cs} = \frac{6 - 2M}{6 + M} \quad (12)$$

$$K_0^{OC} = K_0^{NC} OCR^{\sin \varphi_{cs}} = \left(\frac{6 - 2M}{6 + M} \right) OCR^{\frac{3M}{6+M}} \quad (13)$$

$$\eta_0 = \frac{3(1 - K_0^{OC})}{1 + 2K_0^{OC}} \quad (14)$$

$$R_0 = \frac{1}{OCR} \left(\frac{1 + 2K_0^{OC}}{1 + 2K_0^{NC}} \right) \quad (15)$$

$$\bar{p}_{r0} = p_0 (1 + \eta_0^2 / M^2) / R_0 \quad (16)$$

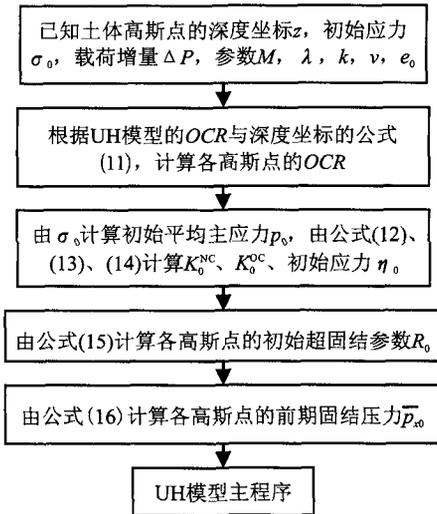


图 5 将 OCR 导入 UH 模型流程图

Fig. 5 Flow chart for diverting OCR into UH model.

3 不排水地基有限元分析

3.1 有限元计算模型及参数

有限元计算模型采用三维实体模型。考虑到地基的对称性,取 1/4 土体建立计算模型,圆形刚性基础直径为 2 m,地基的长宽取为 20 m,高 10 m。边界条件为除上表面自由外,其他面约束法向位移,并控制在整个分析过程中网格底边界、与基础接触土体表面、作为对称面的左边界和右边界不允许有水流出,以及基础周围地表在加载阶段不透水、在固结阶段透水。单元类型采用 1 阶 8 节点的三维实体孔压单元(C3D8P)。计算模型示意图如图 6 所示,网格划分及土体结点选取如图 7 所示。土体为饱和软黏土,计算参数如表 1 所示,参数取自 Crimsby、Yorkshire 场地的现场^[12],渗透系数为 5×10^{-10} m/s。

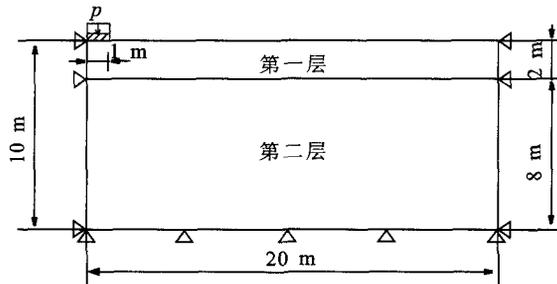


图 6 计算示意图

Fig. 6 Calculation schematic diagram.

表 1 UH 模型参数

M	λ	κ	ν	e_0
1.29	0.22	0.02	0.30	2

计算分析过程分为 3 步,第 1 步为土体初始应力平衡步;第 2 步为加载分析步,时间为 1×10^4 s,在该步中等速加载到 50 kPa;第 3 步为固结分析步,在该步中保持荷载不变,土体发生固结,该步的时间设为 1×10^9 s,让土体充分固结。

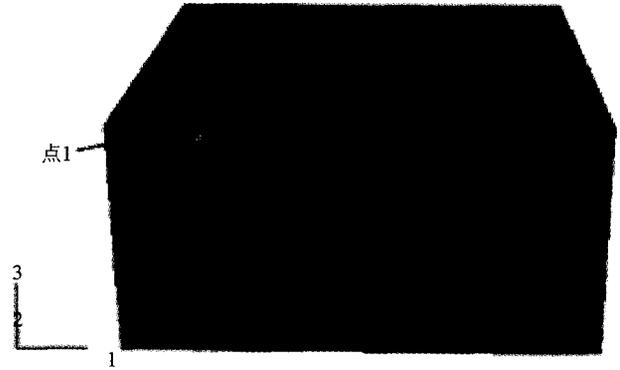


图 7 有限元网格

Fig. 7 Meshes for finite element analysis.

3.2 结果分析

分别计算 OCR 随深度变化(即 OCR 取值采用图 4 中的值,OCR 与深度坐标的关系式为图 4 的关系式),和 OCR=1 (即 OCR 不随深度变化,为正常固结土)的不排水地基,当基础上的荷载加载到 50 kPa 时,荷载保持不变,然后进行固结,得到不排水地基的以下分析结果。

3.2.1 地基的沉降曲线

图 8 为不排水地基的荷载—沉降曲线($p-s$ 曲线)。在加载阶段,随着荷载的增大地基沉降量增大,荷载沉降关系为曲线;当加载到 50 kPa 时,保持荷载不变,进入固结阶段,沉降量继续增长。图 9 为地基表面中心点的沉降量随时间的变化曲线。在加载阶段加载初期的沉降量较小,这是因为土体在刚刚受到荷载作用的时候由于土的孔隙比较小,孔隙水的流动空间受到限制,孔隙水的渗透系数就比较小,不能很快的形成稳定渗流,孔压消散的就比较慢;随着时间的慢慢推移荷载的逐渐增大,孔隙水压力的慢慢消散,土体有效应力的逐渐增加,土体开始慢慢固结,地基表面的土体沉降量增大;进入固结阶段,土骨架中的水慢慢形成稳定渗流,土体的固结速度加快,由固结前期的沉降量较小,最后形成土体沉降量的逐渐增大。

由图 8 和图 9 的 OCR 随深度变化地基的 $p-s$ 曲线、地基表面中心点的沉降量随时间的变化曲线,以及 OCR=1 地基的 $p-s$ 曲线、地基表面中心点的沉降量随时间的变化曲线比较可知,由于前者合理

考虑了土体 OCR,上层土的 OCR 大,土体坚实,而后者为正常固结土,OCR=1,没有考虑土体实际的 OCR,土体软弱,所以前者的沉降量较后者小。

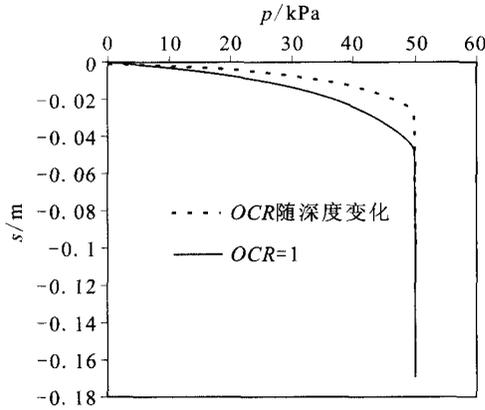


图8 $p-s$ 曲线
Fig. 8 The $p-s$ curve.

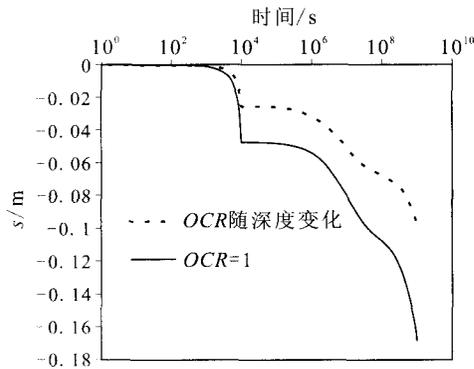


图9 地基表面中心点沉降随时间变化曲线
Fig. 9 Curves of settling with time on the center of foundation surface.

3.2.2 结点的剪应变和体应变

图 10 为结点 1 的剪应变随时间的变化曲线。在加载阶段,加载初期孔压消散较慢,产生的固结沉降较小,所以剪应变较小;随着时间的增长孔压消散加快,固结沉降增大,剪应变逐渐增大;在固结阶段,固结初期剪应变较小,随着时间增长孔压消散加快,固结沉降增大,剪应变逐渐增大。图 11 为结点 1 的体应变随时间的变化曲线。在加载阶段,由于整个地基为不排水,加载初期的体应变为 0;在固结阶段,由于基础周围的土体表面为排水,开始产生体应变,固结初期体应变较小,随着时间增长孔压消散加快,固结沉降增大,体应变逐渐增大。

由图 10 和图 11 的 OCR 随深度变化地基的剪应变、体应变曲线和 OCR=1 地基的剪应变、体应变曲线比较可知,由于前者考虑了地基土体实际的 OCR,点 1 的 OCR 较大,土体坚实;而后的 OCR

=1,土体软弱,所以前者地基中的点 1 的剪应变、体应变比后者地基中的点 1 的剪应变、体应变大。

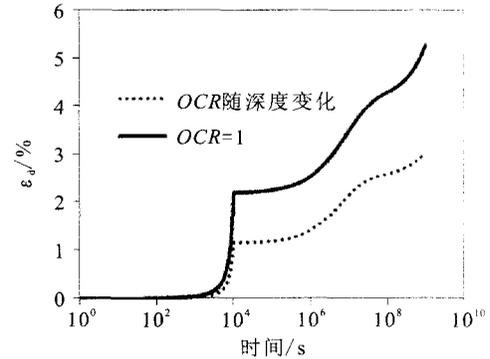


图 10 结点 1 的剪应变随时间变化曲线
Fig. 10 Shear strain curves with time at point 1.

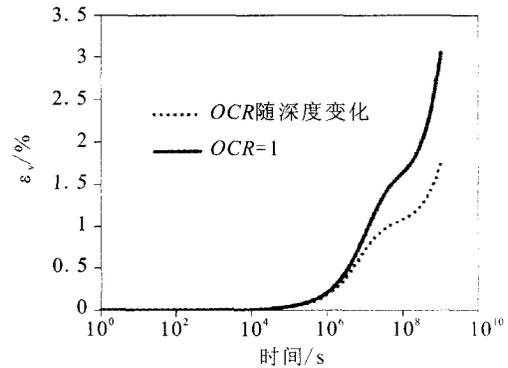


图 11 结点 1 的体应变随时间变化曲线
Fig. 11 Volumetric strain curves with time at point 1.

3.2.3 结点 1 的孔压消散曲线

图 12 是点 1 的孔压随时间消散曲线。由图可知,加载阶段孔压逐渐增大,在加载初期孔压较小,孔压增大过程较缓慢;随着载荷的增大孔压增长速度逐渐加快,到加载结束孔压达到最大;固结阶段,随着时间的增长孔压逐渐消散,孔压减小。OCR 随深度变化地基的孔压相比 OCR=1 地基的孔压略小。

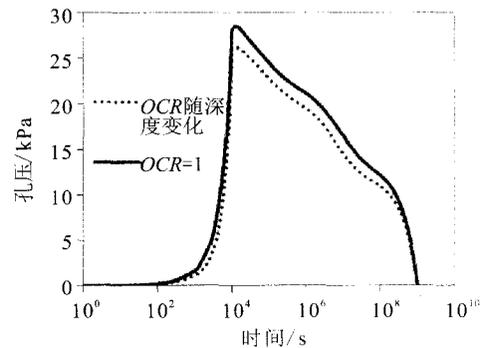


图 12 结点 1 的孔压消散曲线
Fig. 12 Pore water pressure dissipation curves at point 1.

由上述分析可知,OCR随深度变化和 $OCR=1$ 正常固结土的不排水地基变形特性是不同的,采用引入OCR随深度变化关系的UH模型有限元程序能够合理考虑地基土体实际的OCR,在非均质不排水地基的有限元分析中是有必要的。

4 结语

(1) UH模型参数较少,简单实用,便于其在有限元中的应用;

(2) 根据三轴压缩状态的不排水抗剪强度公式,可以由地基的不排水抗剪强度试验数据计算土体各点实际的超固结比;

(3) 将初始超固结比OCR随深度的变化关系引入到UH模型的有限元程序中,使得UH模型有限元程序能够合理考虑土体实际的超固结比,在对非均质不排水地基进行有限元分析中起到重要作用。

[参考文献]

- [1] 姚仰平,侯伟,周安楠.基于伏斯列夫面的超固结土模型[J].中国科学(E辑),2007,37(11):1417-1419.
- [2] Roscoe K H, Schofield A N, Thurairajah A. Yielding of clays in state wetter than critical[J]. Geotechnique, 1963, 8: 22-53.
- [3] Asaoka A, Nakano M, Noda T. Elastoplastic behavior of structured overconsolidated soils[J]. Journal of Applied Mechanics, Japanese Society of Civil Engineering, 2000, (3):

335-342.

- [4] Nakai T, Hinokio M. A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters [J]. Soils and Foundations, 2004, 44 (2): 53-70.
- [5] 姚仰平,李自强,侯伟,等.基于改进伏斯列夫线的超固结土本构模型[J].水利学报,2008,39(11):1244-1250.
- [6] Yao Y P, Hou W, Zhou A N. UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays [J]. Geotechnique, 2009, 59(5): 451-469.
- [7] Yao Y P, Luo T, Sun D A, et al. A simple 3-D constitutive model for both clay and sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(2): 240-246.
- [8] Yao Y P, Zhou A N, Lu D C. Extended transformed stress space for geomaterials and its application[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2007, 133(10): 1115-1123.
- [9] 姚仰平,路德春,周安楠,等.广义非线性强度理论及其变换应力空间[J].中国科学(E辑),2004,34(11):1283-1299.
- [10] 姚仰平,路德春,周安楠.岩土类材料的变换应力空间及其应用[J].岩土工程学报,2005,29(1):24-29.
- [11] 罗汀,秦振华,姚仰平,等.UH模型切线刚度矩阵对称化及其应用[J].力学学报(待用),2011.
- [12] Potts D M, Zdravkovic L. Finite element analysis in geotechnical engineering: Theory [M]. London: Thomas Telford, 1999.
- [13] Zdravkovic L, Potts D M, Jackson. Numerical study of the effect of preloading on undrained bearing capacity[J]. International Journal of Geomechanics, 2003, 1 (1): 1-10.
- [14] 姚仰平,冯兴,黄祥,等.UH模型在有限元分析中的应用[J].岩土力学,2010,31(1):237-245.

(上接 211 页)

通过算例分析,验证了本文方法模拟土体结构渐进破坏过程是可行的。

[参考文献]

- [1] 穆鹏,吴伟红,杨涛.2009年兰州市九州石峡口滑坡成因及其西侧高边坡稳定性研究[J].西北地震学报,2010,32(4):343-348.
- [2] 范昭平,张丽华.地震作用下边坡稳定性分析[J].西北地震学报,2010,32(4):339-342.
- [3] 王庚荪.边坡的渐进破坏及稳定分析[J].岩石力学与工程学

报,2000,19(1):29-33.

- [4] 唐洪祥,李锡夔.土工结构物渐进破坏过程 COSSERAT 连续体有限元分析[J].大连理工大学学报,2010,50(3):320-326.
- [5] 王庚荪,孔令伟,郭爱国,等.含剪切带单元模型及其在边坡渐进破坏分析中的应用[J].岩石力学与工程学报,2005,24(21):3852-3857.
- [6] 邵国潭,李红军.土工结构稳定分析—有限元极限平衡方法及其应用[M].北京:科学出版社,2011.