

两种不同势函数下半空间饱和多孔介质中 Rayleigh 波求解比较^①

刘志军^{1,2}, 夏唐代^{1,2}, 黄睿^{1,2}, 熊衍飞^{1,2}, 郑晴晴^{1,2}

(1.浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室,浙江 杭州 310058;

2.浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心,浙江 杭州 310058)

摘要:分别对“考虑两种压缩波和幅值比例系数”和“考虑一种压缩波(P_1 或 P_2 波)但不考虑幅值比例系数”两种不同势函数下的半空间饱和多孔介质中 Rayleigh 波求解进行详细推导,理论分析表明“考虑两种压缩波和幅值比例系数”下 Rayleigh 波求解推导更为严密,与饱和多孔介质中存在两种压缩波的事实相一致。在研究半空间饱和多孔介质中 Rayleigh 波时应采用“考虑两种压缩波和幅值比例系数”的势函数。

关键词:势函数; Rayleigh 波; 压缩波; 幅值比例系数; 理论分析; 数值计算

中图分类号: TU435

文献标志码:A

文章编号: 1000-0844(2015)02-0559-06

DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2015.02.0559

Comparative Study on Different Solutions to Rayleigh Waves in Half-space Saturated Porous Media under Two Different Potential Functions

LIU Zhi-jun^{1,2}, XIA Tang-dai^{1,2}, HUANG Rui^{1,2}, XIONG Yan-fei^{1,2}, ZHENG Qing-qing^{1,2}

(1.MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China;

2.Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310058, China)

Abstract: Theoretical solutions of the Rayleigh wave in half-space saturated porous media were derived under two different potential functions corresponding to a case with two kinds of compressional waves and amplitude ratio coefficient and a case with a compressional wave (P_1 or P_2 wave) without considering the amplitude ratio coefficient, respectively. The theoretical analysis shows that the derivation of the solution of the Rayleigh waves for the case with two kinds of compressional waves and amplitude ratio coefficient is more rigorous, which is consistent with the fact that there exist two kinds of compressional waves in saturated porous media. Through numerical calculation, we compared the propagation velocities and attenuations of the Rayleigh wave in three different cases, namely, the case with two kinds of compressional waves and amplitude ratio coefficient, the case with P_1 wave without the amplitude ratio coefficient, and the case with P_2 wave without the amplitude ratio coefficient. The numerical calculation shows that there exists distinctive differences among the results obtained in the three cases above. We recommend that the potential functions that consider the two kinds of compressional waves and the amplitude ratio coefficient be applied when studying Rayleigh waves in half-space saturated porous media.

Key words: potential function; Rayleigh wave; compressional wave; amplitude ratio coefficient; theoretical analysis; numerical calculation

① 收稿日期:2014-08-20

基金项目:国家自然科学基金高铁联合基金(U1234204);国家自然科学基金面上项目(51378463)

作者简介:刘志军(1988—),男,江西吉安人,博士研究生,从事土动力学研究.E-mail:zj_lew@126.com

0 引言

基于 20 世纪 50 年代 Biot 建立的流体饱和多孔介质波动理论(简称“Biot 理论”)^[1],国内外很多学者对半空间饱和多孔介质中 Rayleigh 波传播特性进行了研究^[2-11]。Rayleigh 波的能量集中在介质表面且衰减慢,在波场中占主导地位,由于 Rayleigh 波传播速度与介质物理力学性质密切相关,可以利用实测的 Rayleigh 波频散曲线反演介质的相关参数。这些特性使得 Rayleigh 面波法在地震勘探、地基评价、环境振动等领域得到了广泛应用。

尽管饱和多孔介质中存在两种压缩波是一个在理论和实验上均已得到验证的事实,从已有的相关文献中可以看出,半空间饱和多孔介质中 Rayleigh 波主要存在以下两种不同的求解:(1)势函数中考虑两种压缩波,且考虑流相和固相两者的标量势函数及矢量势函数之间的幅值比例系数^[4-11];(2)势函数中仅考虑一种压缩波,但不考虑前面提及的幅值比例系数^[2-3]。

遗憾的是,迄今没有学者对上述两种不同的求解进行过理论比较或对其合理性进行过分析。另外,目前已有的文献在研究由上述两种不同势函数求解得到的 Rayleigh 波传播特性时均是在不同的算例(介质参数不同)下进行的,无法对两者的计算结果进行直观比较,对两者之间存在的差异程度无法做出判断。掌握半空间饱和多孔介质中 Rayleigh 波的正确求解对于指导 Rayleigh 面波法的工程应用有重要意义。

基于此,本文以自由透水边界为例,首先分别对“考虑两种压缩波和幅值比例系数”和“考虑一种压缩波但不考虑幅值比例系数”两种不同势函数下半空间饱和多孔介质中 Rayleigh 波求解进行详细的推导,然后从理论分析和数值计算的角度对两者进行比较,最后得出结论。

1 半空间饱和多孔介质中 Rayleigh 波求解

1.1 基本控制方程

根据 Biot 理论, \mathbf{u} - \mathbf{U} 位移矢量形式的饱和多孔介质波动控制方程为^[1]:

$$\begin{aligned} N \nabla^2 \mathbf{u} + \text{grad}[(A + N)e + Q\epsilon] = \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11}\mathbf{u} + \rho_{12}\mathbf{U}) + b \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u} - \mathbf{U}) \end{aligned} \quad (1-1)$$

$$\begin{aligned} \text{grad}[Qe + R\epsilon] = \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12}\mathbf{u} + \rho_{22}\mathbf{U}) - b \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u} - \mathbf{U}) \end{aligned} \quad (1-2)$$

式中, \mathbf{u} 、 \mathbf{U} 分别为固相和流相绝对位移矢量; $e = \nabla \cdot \mathbf{u}$, $\epsilon = \nabla \cdot \mathbf{U}$; b 为 Biot 自定义的一个与达西渗透系数有关的介质耗散参数, $b = n^2 \eta / \kappa = n^2 \rho_f g / k$; g 为重力加速度(m/s^2); η 为流体黏滞系数($Pa \cdot s$); κ 为固体骨架动力渗透系数(m^2); k 为固体骨架渗透系数(m/s); ρ_{11} 、 ρ_{22} 、 ρ_{12} 分别为固相、流相质量系数和固-液质量耦合系数(kg/m^3), 其中, $(1-n)\rho_s = \rho_{11} + \rho_{12}$, $n\rho_f = \rho_{12} + \rho_{22}$; ρ_s 、 ρ_f 分别为固体颗粒和流体密度(kg/m^3); A 、 N 、 Q 和 R 为 Biot 弹性系数, $A = \lambda + (\alpha - n)^2 M$, $R = n^2 M$, $Q = n(\alpha - n)M$, $N = \mu$, λ 、 μ 为弹性固体骨架 Lame 常数, 其中有:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = 1 - \frac{K_b}{K_s} \\ M = \frac{K_s^2}{K_d - K_b} \\ K_d = K_s \left[1 + n \left(\frac{K_s}{K_f} - 1 \right) \right] \end{array} \right. \quad (2)$$

式中, α 、 M 为表征土颗粒和流体压缩性的 Biot 系数; K_s 、 K_b 、 K_f 分别为固体颗粒、固体骨架和流体的体变模量(Pa)。

基于上述波动控制方程, 分别对以下两种不同势函数下的半空间饱和多孔介质中 Rayleigh 波进行理论求解。

1.2 考虑两种压缩波和幅值比例系数

根据矢量场的 Helmholtz 分解定理, 引入标量势 φ_s 、 φ_f 和矢量势 ψ_s 、 ψ_f , 则位移矢量 \mathbf{u} 和 \mathbf{U} 可表示为:

$$\mathbf{u} = \nabla \varphi_s + \nabla \times \psi_s, \quad \mathbf{U} = \nabla \varphi_f + \nabla \times \psi_f \quad (3)$$

将式(3)代入式(1), 并对方程两边分别取散度和旋度, 可得:

$$\begin{cases} P \nabla^2 \varphi_s + Q \nabla^2 \varphi_f = (\rho_{11} \ddot{\varphi}_s + \rho_{12} \ddot{\varphi}_f) + b(\dot{\varphi}_s - \dot{\varphi}_f) \\ Q \nabla^2 \varphi_s + R \nabla^2 \varphi_f = (\rho_{12} \ddot{\varphi}_s + \rho_{22} \ddot{\varphi}_f) - b(\dot{\varphi}_s - \dot{\varphi}_f) \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} N \nabla^2 \psi_s = (\rho_{11} \ddot{\psi}_s + \rho_{12} \ddot{\psi}_f) + b(\dot{\psi}_s - \dot{\psi}_f) \\ 0 = (\rho_{12} \ddot{\psi}_s + \rho_{22} \ddot{\psi}_f) - b(\dot{\psi}_s - \dot{\psi}_f) \end{cases} \quad (5)$$

式中, $P = A + 2N$ 。

结合 Helmholtz 分解定理和 Biot 理论, 由矢量势和标量势所表示的应力为:

$$\sigma_{zz} = P \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial z^2} + A \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial x^2} + 2N \frac{\partial^2 \psi_f}{\partial x \partial z} + Q \nabla^2 \varphi_f \quad (6-1)$$

$$\sigma_{zx} = N \left(2 \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial z^2} \right) \quad (6-2)$$

$$s = Q \nabla^2 \varphi_s + R \nabla^2 \varphi_f \quad (6-3)$$

假设式(4)、(5)的平面波解为:

$$\begin{cases} \varphi_s \\ \varphi_f \\ \Psi_s \\ \Psi_f \end{cases} = \begin{cases} F_1(z) \\ F_2(z) \\ G_1(z) \\ G_2(z) \end{cases} \exp[i(\omega t - kx)] \quad (7)$$

将式(7)代入式(4)、(5),

$$P(F''_1 - k^2 F_1) + Q(F''_2 - k^2 F_2) = -\omega^2(M_{11}F_1 + M_{12}F_2) \quad (8-1)$$

$$Q(F''_1 - k^2 F_1) + R(F''_2 - k^2 F_2) = -\omega^2(M_{12}F_1 + M_{22}F_2) \quad (8-2)$$

$$N(G''_1 - k^2 G_1) = -\omega^2(M_{11}G_1 + M_{12}G_2) \quad (8-3)$$

$$0 = -\omega^2(M_{12}G_1 + M_{22}G_2) \quad (8-4)$$

式中, $F_j'' = \frac{\partial^2 F_j}{\partial z^2}$, $G_j'' = \frac{\partial^2 G_j}{\partial z^2}$, $j=1,2$; $M_{11} = \rho_{11} - ib/\omega$, $M_{12} = \rho_{12} + ib/\omega$, $M_{22} = \rho_{22} - ib/\omega$ 。

式(8-1)两边同乘以 R 、式(8-2)两边同乘以 Q 后, 两式相减, 化简后可得:

$$F_2 = E_1^2 F_1'' - E_2^2 F_1 \quad (9)$$

式中,

$$E_1^2 = -\frac{PR - Q^2}{\omega^2(RM_{12} - QM_{22})} \quad (10-1)$$

$$E_2^2 = \frac{RM_{11} - QM_{12}}{RM_{12} - QM_{22}} + k^2 E_1^2 \quad (10-2)$$

将式(9)代入式(8-1), 化简后可得:

$$\left[\left(\frac{d^2}{dz^2} + \omega^2 E_3^2 \right) \left(\frac{d^2}{dz^2} + \omega^2 E_4^2 \right) \right] F_1 = 0 \quad (11)$$

式中,

$$\omega^2(E_3^2 + E_4^2) = \frac{P - QE_2^2 - Qk^2 E_1^2 + \omega^2 M_{12} E_1^2}{QE_1^2} \quad (12-1)$$

$$\omega^4 E_3^2 E_4^2 = \frac{Qk^2 E_2^2 - k^2 P + \omega^2 M_{11} - \omega^2 M_{12} E_2^2}{QE_1^2} \quad (12-2)$$

联立式(10)和式(12), 可得:

$$E_3^2 = \frac{c^2 - v_{P_1}^2}{c^2 \cdot v_{P_1}^2}, \quad E_4^2 = \frac{c^2 - v_{P_2}^2}{c^2 \cdot v_{P_2}^2} \quad (13)$$

其中,

$$\frac{1}{v_{P_1}^2} + \frac{1}{v_{P_2}^2} = \frac{PM_{22} - 2QM_{12} + RM_{11}}{PR - Q^2} \quad (14-1)$$

$$\frac{1}{v_{P_1}^2 \cdot v_{P_2}^2} = \frac{M_{11}M_{22} - M_{12}^2}{PR - Q^2} \quad (14-2)$$

式中, v_{P_1} 、 v_{P_2} 分别为饱和多孔介质中快纵波(P_1)和慢纵波(P_2)的波速理论表达式。需特别指出的是, 这里的 v_{P_1} 和 v_{P_2} 并不是波传播速度(相速度)。波

速理论表达式是复数形式, 而波传播速度为实数, 两者不能混淆, 不然会得出错误结论。

求解微分方程(11), 并考虑到波应随着水平距离(x)和深度(z)的增加而呈指数衰减, 其解为:

$$F_1 = A_1 \exp(i\omega E_3 z) + A_2 \exp(i\omega E_4 z) \quad (15)$$

将式(15)代入式(9), 得:

$$F_2 = B_1 \exp(i\omega E_3 z) A_1 + B_2 \exp(i\omega E_4 z) A_2 \quad (16)$$

式中,

$$B_1 = \frac{(PR - Q^2) - v_{P_1}^2 \cdot (RM_{11} - QM_{12})}{v_{P_1}^2 \cdot (RM_{12} - QM_{22})} \quad (17-1)$$

$$B_2 = \frac{(PR - Q^2) - v_{P_2}^2 \cdot (RM_{11} - QM_{12})}{v_{P_2}^2 \cdot (RM_{12} - QM_{22})} \quad (17-2)$$

由式(8-4)可得:

$$G_2 = -\frac{M_{12}}{M_{22}} G_1, B_3 = -\frac{M_{12}}{M_{22}} \quad (18)$$

式中, B_1 、 B_2 为流-固标量势函数幅值比例系数; B_3 为流-固矢量势函数幅值比例系数

将上式代入式(8-3), 并考虑到波应随着水平距离(x)和深度(z)的增加而呈指数衰减, 求解可得:

$$G_1 = A_3 \exp(ikr_1 z) \quad (19)$$

$$r_1^2 = \frac{c^2}{v_s^2} - 1 = \frac{c^2 - v_s^2}{v_s^2}, \quad \frac{1}{v_s^2} = \frac{M_{11}M_{22} - M_{12}^2}{N \cdot M_{22}} \quad (20)$$

式中, v_s 为饱和多孔介质中剪切波的波速理论表达式。

由式(15)、(16)、(18)和(19)可知, 考虑两种压缩波和幅值比例系数下的势函数表达式为:

$$\varphi_s = [A_1 \exp(i\omega E_3 z) + A_2 \exp(i\omega E_4 z)] m \quad (21-1)$$

$$\varphi_f = [B_1 \exp(i\omega E_3 z) A_1 + B_2 \exp(i\omega E_4 z) A_2] m \quad (21-2)$$

$$\Psi_s = A_3 \exp(ikr_1 z) m \quad (21-3)$$

$$\Psi_f = -\frac{M_{12}}{M_{22}} A_3 \exp(ikr_1 z) m \quad (21-4)$$

式中, $m = \exp[i(\omega t - kx)]$, 下同。

将式(21)代入式(6), 可得:

$$\sigma_{zz} = \{ [2Nk^2 - b_1^2(P + QB_1)] A_1 \exp(i\omega E_3 z) + [2Nk^2 - b_2^2(P + QB_2)] A_2 \exp(i\omega E_4 z) + 2Nk^2 r_1 A_3 \exp(ikr_1 z) \} m \quad (22-1)$$

$$\sigma_{zx} = N [k^2(r_1^2 - 1) A_3 \exp(ikr_1 z) + 2k\omega E_3 A_1 \exp(i\omega E_3 z) +$$

$$2k\omega E_4 A_2 \exp(i\omega E_4 z)] m \quad (22-2)$$

$$s = \{ [-b_1^2(Q + RB_1)] A_1 \exp(i\omega E_3 z) - b_2^2(Q + RB_2) A_2 \exp(i\omega E_4 z)\} m \quad (22-3)$$

式中, $b_1^2 = \omega^2 E_3^2 + k^2$, $b_2^2 = \omega^2 E_4^2 + k^2$ 。需指出的是, 文献[4]推导得到的应力表达式中存在细微错误。

当半空间饱和多孔介质表面为自由透水边界, 则在其表面($z=0$)有:

$$\sigma_{zz} + s = 0, \sigma_{zx} = 0, s = 0 \quad (23)$$

将式(22)代入式(23), 可以得到三个关于 A_1 、 A_2 和 A_3 的方程, 要使得存在非零解, 则其系数行列式须等于零, 即:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 2Nk^2r_1 \\ 2k\omega E_3 & 2k\omega E_4 & k^2(r_1^2 - 1) \\ b_1^2(Q + RB_1) & b_2^2(Q + RB_2) & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (24)$$

式中, a_{11} 、 a_{12} 的表达式为: $a_{11} = 2Nk^2 - b_1^2(P + QB_1)$, $a_{12} = 2Nk^2 - b_2^2(P + QB_2)$ 。

由上式可以求解出 Rayleigh 波的波数 k (复数), Rayleigh 波传播速度 c 和衰减系数 δ 为:

$$c = |\omega/\text{Re}(k)|, \delta = |\text{Im}(k)| \quad (25)$$

1.3 考虑一种压缩波势函数但不考虑幅值比例系数

也有学者^[2-3]在研究半空间饱和多孔介质中 Rayleigh 波时仅考虑一种压缩波(P_1 或 P_2 波), 但没有考虑流相和固相两者的标量势函数及矢量势函数之间的幅值比例系数, 在此种情况下, 式(21)中所表示的势函数形式变为:

$$\varphi_s = A_1 \exp(i\omega E_0 z) m \quad (26-1)$$

$$\varphi_f = A_2 \exp(i\omega E_0 z) m \quad (26-2)$$

$$\psi_s = A_3 \exp(ikr_1 z) m \quad (26-3)$$

$$\psi_f = A_4 \exp(ikr_1 z) m \quad (26-4)$$

式中, 当考虑的压缩波是 P_1 波时, $E_0 = E_3$; 当考虑的压缩波是 P_2 波时, $E_0 = E_4$ 。

将式(26)代入式(6), 可得出应力表达式:

$$\begin{aligned} \sigma_{zz} &= [(-\omega^2 E_0^2 P - k^2 A) A_1 \exp(i\omega E_0 z) + Q(-k^2 - \omega^2 E_0^2) A_2 \exp(i\omega E_0 z) + 2Nk^2 r_1 A_3 \exp(ikr_1 z)] m \quad (27-1) \\ \sigma_{zx} &= N [2k\omega E_0 A_1 \exp(i\omega E_0 z) + k^2(r_1^2 - 1) A_3 \exp(ikr_1 z)] m \quad (27-2) \end{aligned}$$

$$s = [-Qb_0^2 A_1 \exp(i\omega E_0 z) - Rb_0^2 A_2 \exp(i\omega E_0 z)] m \quad (27-3)$$

式中, 当考虑的压缩波是 P_1 波时, $b_0^2 = b_1^2$; 当考虑的压缩波是 P_2 波时, $b_0^2 = b_2^2$ 。

同样的, 当半空间表面为透水边界时, 将式(27)

代入边界条件式(23), 可以得到三个关于 A_1 、 A_2 和 A_3 的方程, 要使得存在非零解, 则其系数行列式须等于零, 即:

$$\begin{vmatrix} \omega^2 E_0^2 P + k^2 A & Q(k^2 + \omega^2 E_0^2) & -2Nk^2 r_1 \\ 2k\omega E_0 & 0 & k^2(r_1^2 - 1) \\ Q & R & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (28)$$

求解上述方程, 可得到 Rayleigh 波的波数 k , 由式(25)便可得出此种情况下 Rayleigh 波传播速度 c 和衰减系数 δ 。

2 比较

2.1 理论分析

多孔介质波传播分析的一般步骤是: ① 波动控制方程 → ② Helmholtz 分解并代入后分别取散度、旋度运算 → ③ 假设平面波解并求解得到势函数表达式 → ④ 代入由步骤②中或运用边界条件得到特征方程 → ⑤ 求解特征方程得到波速或波数 → ⑥ 波传播速度及衰减系数。

本文在“考虑两种压缩波和幅值比例系数”中, 遵循上述步骤对半空间饱和多孔介质自由透水表面 Rayleigh 波求解进行了严密的理论推导(限于篇幅, 本文对推导过程中的具体细节有所省略, 详细推导过程可向作者索要), 势函数中 z 方向上的指数项(如 $i\omega E_3 z$)与体波波速理论表达式(如 v_{P_1})之间的关系以及幅值比例系数(B_1 、 B_2 、 B_3)均是推导得到, 而非人为定义。我们知道饱和多孔介质中存在三种体波, 即两种压缩波和一种剪切波, 而由求解得到的式(21)所表示的标量势函数和矢量势函数则正好反映了这一点。

在“考虑一种压缩波但不考虑幅值比例系数”中, 式(26)所表示的势函数中仅考虑了一种压缩波(P_1 或 P_2 波), 这样的势函数并非问题的通解。另外, 由于没有考虑幅值比例系数, 存在四个振幅参数 A_1 、 A_2 、 A_3 和 A_4 。一般情况下, 需有四个与 A_1 、 A_2 、 A_3 和 A_4 有关的非线性相关方程才能进行求解, 而透水边界条件中只有三个方程, 之所以能求解得到特征方程式(28), 原因在于将势函数式(26)代入边界条件式(23)后得到的三个方程均与 A_4 无关, 但这种情况在数理逻辑上并不严密, 算是一种巧合。

因此, 从理论求解推导角度上分析, 相比“考虑一种压缩波但不考虑幅值比例系数”, “考虑两种压缩波和幅值比例系数”的势函数下 Rayleigh 波求解

更为严密、合理。

2.2 数值算例

以某一具体的饱和多孔介质为例,通过数值计算对在自由透水边界下由上述两种不同的势函数求解得到的结果进行直观的比较,饱和多孔介质相关基本参数取值如表 1 所列。

图 1 为“考虑两种压缩波和幅值比例系数”(简称“考虑两种压缩波”)、“仅考虑 P_1 波但不考虑幅值比例系数”(简称“仅考虑 P_1 波”)和“仅考虑 P_2 波但不考虑幅值比例系数”(简称“仅考虑 P_2 波”)三种不同势函数求解下半空间饱和多孔介质中 Rayleigh 波传播速度和衰减系数随频率的变化曲线。

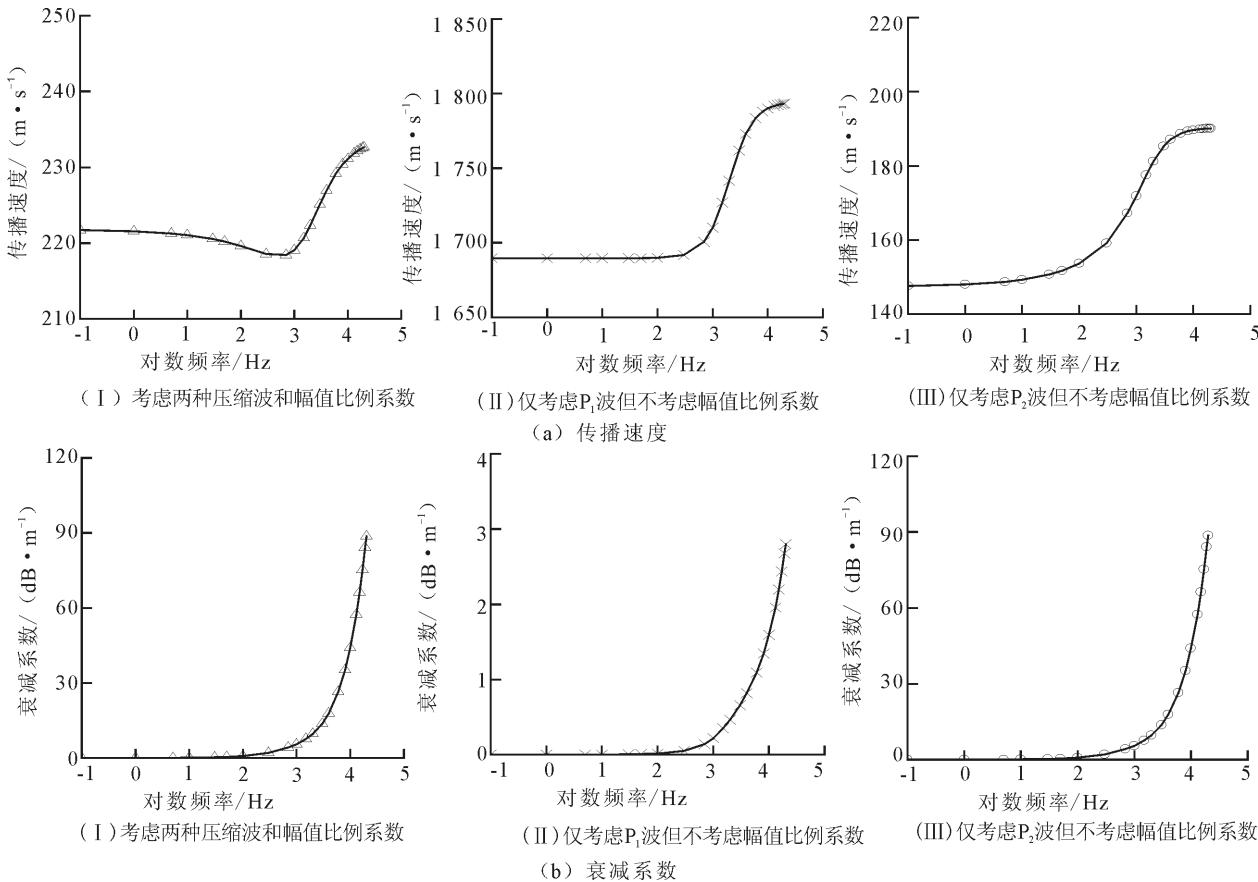


图 1 不同势函数下 Rayleigh 波传播速度和衰减系数

Fig.1 Propagation velocity and attenuation coefficient of Rayleigh wave under different potential functions

从图 1(a)可以看出,由三种不同势函数求解得到的 Rayleigh 波传播速度在数值和变化趋势上存在明显差异。随着频率的增加, Rayleigh 波传播速度“在考虑两种压缩波”时先减小后增大;“仅考虑 P_1 波”时先是几乎保持不变后快速增大;“仅考虑 P_2 波”时则逐渐增大。从图 1(b)可以看出,由三种不同势函数求解得到的 Rayleigh 波衰减系数在变化

表 1 饱和多孔介质基本参数

Table 1 Basic parameters of saturated porous medium

参数名称	参数符号	数值
孔隙率	n	0.15
固体颗粒密度	ρ_s	2 650 kg/m ³
流体密度	ρ_f	1 000 kg/m ³
动力渗透系数	κ	10^{-10} m ²
流体粘滞系数	η	8×10^{-3} Pa·s
Lame 常数	λ	26.1 MPa
μ	μ	26.1 MPa
固体骨架体变模量	K_b	43.6 MPa
固体颗粒体变模量	K_s	36 GPa
孔隙流体体变模量	K_f	2.0 GPa

趋势上完全一致,均是随着频率增大先缓慢增大后快速增大,其中,“考虑两种压缩波”和“仅考虑 P_2 波”两种情况下 Rayleigh 波衰减系数在数值上也几乎相同。

从图 1 还可以发现,“仅考虑 P_1 波”的 Rayleigh 波传播速度最大,而衰减系数最小;“仅考虑 P_2 波”的 Rayleigh 波传播速度最小,衰减系数大;“考虑两

种压缩波”的数值计算结果介于上述两者之中。这是因为 Rayleigh 波是由非均匀的平面 P 波和非均匀的平面 SV 波在一定条件下叠加产生的一种面波,而对于饱和多孔介质中的体波, P_1 波传播最快,衰减最慢,而 P_2 波传播慢,衰减最快。

3 结 论

本文对两种不同势函数下 Rayleigh 波求解进行了理论分析,并通过数值计算对各自的结果进行了比较,数值计算结果表明由以上两种不同势函数求解得到 Rayleigh 波传播速度和衰减系数存在明显差异。与“考虑一种压缩波(P_1 或 P_2 波)但不考虑幅值比例系数”相比,“考虑两种压缩波和幅值比例系数”的势函数下 Rayleigh 波的理论求解更为严密、合理,也与饱和多孔介质中存在两种体波的事实相一致。

参考文献(References)

- [1] Biot M A.Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-saturated Porous Solid[J].Journal of the Acoustical Society of America,1956,28(2):168-191.
- [2] Jones J P.Rayleigh Waves in a Porous, Elastic, Saturated Solid [J].Journal of the Acoustical Society of America,1961,33(7): 959-963.
- [3] Mei C C, Foda M A.Wave-induced Responses in a Fluid-filled Poro-elastic Solid with a Free Surface-a Boundary Layer Theory[J].Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 1981,66(3):597-631.
- [4] Tajuddin M.Rayleigh Waves in a Poroelastic Half-space[J].Journal of the Acoustical Society of America,1983,75(3):682-684.
- [5] 陈龙珠,黄秋菊,夏唐代.饱和地基中瑞利波的弥散特性[J].岩土工程学报,1998,20(3):6-9.
CHEN Long-zhu, HUANG Qiu-ju, XIA Tang-dai. Dispersion of Rayleigh Wave in a Saturated Soil Ground[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998, 20(3): 6-9. (in Chinese)
- [6] Yang J.A Note on Rayleigh Wave Velocity in Saturated Soils with Compressible Constituents [J]. Canadian Geotechnical Journal,2001,38(6):1360-1365.
- [7] 夏唐代,颜可珍,孙鸣宇.饱和土层中瑞利波的传播特性[J].水力学报,2004,11:81-84.
XIA Tang-dai, YAN Ke-zhen, SUN Ming-yu. Propagation of Rayleigh Wave in Saturated Soil Layer[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004, 11: 81-84. (in Chinese)
- [8] 周新民,夏唐代.半空间准饱和土中瑞利波的传播特性研究 [J].岩土工程学报,2007,29(5):750-754.
ZHOU Xin-min, XIA Tang-dai. Characteristics of Rayleigh Waves in Half-space of Partially Saturated Soil [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(5): 750-754. (in Chinese)
- [9] Zhang Y,Xu Y X,Xia J H.Analysis of Dispersion and Attenuation of Surface Waves in Poroelastic Media in the Exploration-seismic Frequency Band[J].Gophysical Journal International, 2011,187(2):871-888.
- [10] Zhang Y,Xu Y X,Xia J H.Wave Fields and Spectra of Rayleigh Waves in Poroelastic Media in the Exploration Seismic Frequency Band[J]. Advances in Water Resources, 2012, 49: 62-71.
- [11] Zhang Y,Xu Y X,Xia J H, et al.On Effective Characteristic of Rayleigh Surface Wave Propagation in Porous Fluid-saturated Media at Low Frequencies[J].Soil Dynamics and Earthquake Engineering,2014,57:94-103. (in Chinese)