

计算水平层状介质电阻率 权系数的一种方法

姚文斌

傅良魁

(河南省地震局)

(中国地质大学北京研究生部)

摘 要

本文提出了计算水平层状介质电阻率权系数的一种新方法,阐述了这种计算方法的原理,说明了这种方法的计算速度和精度。文中还给出了三层、四层介质权系数的一些计算结果,并简要分析了权系数的变化特征,特别是负效应和峰值增强效应。

一、引言

地电阻率方法是地震预报的重要手段之一。研究地电台站之下各层电阻率变化对视电阻率变化的影响,对于区分异常、提取地震信息是很有必要的。Seigel (1959) 在研究激发极化理论时,提出了电阻率权系数的概念。钱家栋等 (1985) 提出了水平层状介质地电阻率影响系数的概念。在水平层状介质情况下,两者的定义是一样的。为研究水平层状介质权系数的变化规律, M. N. Nabighian 和 C. L. Elliot (1976) 用有限差分法计算过水平层状介质的权系数。国内学者从视电阻率级数表达式出发计算过水平层状介质地电阻率影响系数。上述计算方法速度较慢,精度较低,需要计算机内存较大,特别对于多层情况更是如此。这样在研究层状介质电阻率权系数变化规律时就存在较大困难。本文将计算水平层状介质视电阻率的数字线性滤波方法加以推广,用来计算水平层状介质电阻率权系数。这样就使计算速度、精度有了极大提高,需要计算机内存有了较大的减少。该方法为系统研究水平层状介质情况下视电阻率的变化规律提供了有利的条件。

二、水平层状介质电阻率权系数的概念、意义及其解析表达式

设地下为均匀水平层状介质,各层电阻率和厚度分别为 $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n, h_1, h_2, \dots, h_n$, n 是地电断面层数, L, l 分别为对称四极装置供电极距和测量极距的一半。地表测得的视电阻率 ρ 是各层电阻率、厚度及电极距的函数,即

$$\rho_s = f(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n; h_1, h_2, \dots, h_{n-1}; L, l). \quad (1)$$

各层电阻率的微小变化引起视电阻率的微小变化为:

$$d\rho_s = \frac{\partial \rho_s}{\partial \rho_1} d\rho_1 + \frac{\partial \rho_s}{\partial \rho_2} d\rho_2 + \dots + \frac{\partial \rho_s}{\partial \rho_n} d\rho_n. \quad (2)$$

若考虑视电阻率的相对变化, 则有

$$\frac{d\rho_s}{\rho_s} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\rho_i}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial \rho_i} \right) \frac{d\rho_i}{\rho_i} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \ln \rho_s}{\partial \ln \rho_i} \right) \frac{d\rho_i}{\rho_i}. \quad (3)$$

令

$$B_i = \frac{\rho_i}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial \rho_i} = \frac{\partial \ln \rho_s}{\partial \ln \rho_i}, \quad (4)$$

则(3)式改写为:

$$\frac{d\rho_s}{\rho_s} = \sum_{i=1}^n B_i \frac{d\rho_i}{\rho_i}. \quad (5)$$

Seigel曾证明, 视电阻率作为一级近似的均匀函数, 满足以下关系:

$$\rho_s = \sum_i \rho_i \partial \rho_s / \partial \rho_i.$$

上式可改写为:

$$\sum_i \frac{\rho_i}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial \rho_i} = \sum_i B_i = 1. \quad (6)$$

从(5)式可以看出, 视电阻率的相对变化是各层电阻率相对变化的加权求和, 据此定义(4)式的 B_i 为第 i 层电阻率的权系数。 B_i 代表了第 i 层电阻率变化($d\rho_i/\rho_i$)对视电阻率变化($d\rho_s/\rho_s$)的贡献, 反映了第 i 层电阻率变化对视电阻率变化的影响程度。知道权系数的值, 就可由地下某层电阻率的变化推知视电阻率的变化。

水平层状介质电阻率权系数的解析表达式可由视电阻率表达式导出。理论对称四极装置($L \gg l, r = \frac{1}{2}L$)视电阻率表达式可写成:

$$\rho_s(r) = \rho_1 \left[1 + 2r^2 \int_0^\infty \theta(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda \right]. \quad (7)$$

式中 $\theta(\lambda)$ 称为核函数, λ 是积分变量。(7)式两端对 ρ_i 求导并同乘以 ρ_i/ρ_s , 就得到第 i 层权系数的解析表达式。

在三层情况下, 可求得:

$$B_1 = 1 - \frac{\rho_2}{\rho_s} r^2 \int_0^\infty \theta_1(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda, \quad (8)$$

$$B_2 = \frac{\rho_2}{\rho_s} r^2 \int_0^\infty \theta_2(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda, \quad (9)$$

$$B_3 = \frac{\rho_3}{\rho_s} r^2 \int_0^\infty \theta_3(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda. \quad (10)$$

式中

$$\theta_i = (1 - k_{i2}^2) \left[e^{-2h_1\lambda} - k_{i3}^2 e^{-2(h_1+2h_2)\lambda} \right] / Q^2,$$

$$\theta_2 = (1 - k_{12}^2) \cdot \left[e^{-2h_1\lambda} - e^{-2(h_1+h_2)\lambda} + k_{23}^2 \left(e^{-2(h_1+h_2)\lambda} - e^{-2(h_1+2h_2)\lambda} \right) \right] / Q^2,$$

$$\theta_3 = (1 - k_{12}^2)(1 - k_{23}^2) \cdot e^{-2(h_1+h_2)\lambda} / Q^2.$$

其中 $Q = 1 + k_{12}k_{23}e^{-2\lambda h_2} - k_{12}e^{-2\lambda h_1} - k_{23}e^{-2\lambda(h_1+h_2)}$;

$$k_{12} = (\rho_2 - \rho_1) / (\rho_2 + \rho_1), \quad k_{23} = (\rho_3 - \rho_2) / (\rho_3 + \rho_2).$$

对于无电阻率差异的三层断面，将 $k_{12} = k_{23} = 0$ 代入上述各式，可求得：

$$B_1 = 1 - \frac{r^3}{[r^2 + 4h_1^2]^{3/2}}; \tag{11}$$

$$B_2 = r^3 \cdot \left\{ \frac{1}{(r^2 + 4h_1^2)^{3/2}} - \frac{1}{[r^2 + 4(h_1 + h_2)^2]^{3/2}} \right\}; \tag{12}$$

$$B_3 = \frac{r^3}{[r^2 + 4(h_1 + h_2)^2]^{3/2}}. \tag{13}$$

同理，可以导出任意多层情况下权系数的解析表达式。其它装置情况下权系数的解析表达式也可用上述类似方法导出。

三、用数字线性滤波法计算水平层状介质电阻率权系数

Ghosh (1971) 把数字线性滤波方法引入电测深的计算和解释中。我们把该方法加以推广应用到水平层状介质电阻率权系数的计算之中。下面简要叙述其方法及原理。

令 $T(\lambda) = \rho_1 [1 + 2\theta(\lambda)]$,

则视电阻率表达式 (7) 可写为：

$$\rho_s(r) = r^2 \int_0^\infty T(\lambda) J_1(\lambda r) \lambda d\lambda. \tag{14}$$

$T(\lambda)$ 称为电阻率转换函数，可由下述递推关系式求得：

$$\left. \begin{aligned} T_n &= \rho_n; \\ T_i &= \rho_i \frac{T_{i+1} + \rho_i \tanh(\lambda h_i)}{\rho_i + T_{i+1} \tanh(\lambda h_i)}; \\ T &= T_1. \end{aligned} \right\} \tag{15}$$

取变量置换： $x = \ln r$, $y = \ln(1/\lambda)$,

则 (14) 式变为：

$$\rho_s(x) = \int_{-\infty}^\infty T_i(y) e^{2(x-y)} J_1(e^{x-y}) dy.$$

依抽样定理，取满足要求的 $\Delta = \Delta x = \Delta y$ ，对上式进行离散取样，并取有限项，则有：

$$\rho_s(k\Delta) = \sum_{j=-i_1}^{i_2} T[(k-j)\Delta] \cdot b(j\Delta). \tag{16}$$

式中

$$b(j\Delta) = \int_{-\infty}^\infty \frac{\sin(\pi x/\Delta)}{\pi x/\Delta} J_1(j\Delta - x) e^{2(j\Delta - x)} dx.$$

值得注意的是 $b(j\Delta)$ 与地电断面各层电阻率、厚度无关,仅取决于装置类型。预先计算出一组 $b(j\Delta)$,就可以利用(16)式计算任意地电断面的视电阻率。 $b(j\Delta)$ 称为滤波系数,一组滤波系数称为一个滤波器。

既然滤波系数 $b(j\Delta)$ 与各层电阻率无关,那么(16)式两端对 ρ_1 求偏导,便得:

$$\frac{\partial \rho_1(k\Delta)}{\partial \rho_1} = \sum_{j=-j_1}^{j_2} \frac{\partial T[(k-j)\Delta]}{\partial \rho_1} \cdot b(j\Delta)。$$

因此,水平层状介质电阻率权系数的离散计算公式可写成:

$$B_1(k\Delta) = \frac{\rho_1}{\sum_{j=-j_1}^{j_2} T[(k-j)\Delta] \cdot b(j\Delta)} \sum_{j=-j_1}^{j_2} \frac{\partial T[(k-j)\Delta]}{\partial \rho_1} b(j\Delta)。 \quad (17)$$

上式中,滤波系数 $b(j\Delta)$ 可依据所需精度选用电测深滤波器或另行计算,电阻率转换函数 T 由(15)式计算。 $\partial T/\partial \rho_1$ 的计算步骤如下:

分析电阻率转换函数的递推关系式(15),可以看出:

当 $i > m$ 时(i, m 均为地层序号), ρ_m 不影响 T_1 。这时有:

$$\partial T_1 / \partial \rho_m = 0。 \quad (18)$$

当 $i = m$ 时, T_1 对 ρ_1 求偏导数则有:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \rho_1} = \frac{\tanh(\lambda h_1) \cdot [1 + T_{i+1}^2 / \rho_1^2 + 2 \tanh(\lambda h_1) \cdot T_{i+1} / \rho_1]}{[1 + T_{i+1} \cdot \tanh(\lambda h_1) / \rho_1]^2}。 \quad (19)$$

当 $i < m$ 时, ρ_m 只有通过 T_{i+1} 影响 T_1 :

$$\frac{\partial T_1}{\partial \rho_m} = \frac{\partial T_1}{\partial T_{i+1}} \cdot \frac{\partial T_{i+1}}{\partial \rho_m}; \quad (20)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial T_{i+1}} = \frac{1 - \tanh^2(\lambda h_1)}{[1 + T_{i+1} \cdot \tanh(\lambda h_1) / \rho_1]^2}。 \quad (21)$$

对于一个 n 层断面有:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \rho_1} &= \frac{\partial T_1}{\partial \rho_1}; \\ \frac{\partial T}{\partial \rho_2} &= \frac{\partial T_1}{\partial T_2} \cdot \frac{\partial T_2}{\partial \rho_2}; \\ \dots\dots\dots &; \\ \frac{\partial T}{\partial \rho_n} &= \frac{\partial T_1}{\partial T_2} \cdot \frac{\partial T_2}{\partial T_3} \cdot \dots\dots \frac{\partial T_{n-1}}{\partial T_n} \cdot \frac{\partial T_n}{\partial \rho_n}。 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

至此,我们已经解决了用线性滤波法计算权系数 B_1 的问题, $\partial T/\partial \rho_1$ 由公式(18)——(22)计算。

我们分别在微机(Victor—9000)和袖珍机(PC—1500)上用上述方法系统计算了大量地电断面的权系数。实践表明,其计算速度和精度是令人满意的。利用D. Guptasamar的滤波器在PC—1500机上计算三层断面极距范围为 $AB/2h_1 = 0.1—1000$ 的权系数仅需要几分钟。为说明线性滤波法计算的精度,我们利用(11)——(13)式计算了一个三层无电阻率差异的断面权系数的精确值,同时分别用H. K. Johansen的141个系数的滤波器及D. Guptasarma

的19个系数的滤波器计算了同一断面的权系数。两种方法的计算结果列于表 1 中。对比结果表明，用线性滤波法计算权系数的精度是相当高的。

表 1 用线性滤波法计算权系数的精度

方 法		AB/2	0.1	1	10	100	1000
B ₁	解析计算		0.99988	0.91056	0.05713	0.00060	0.00001
	H.K.Johansen 滤波器		0.99988	0.91056	0.05714	0.00060	0.00001
	D.Guptasarma 滤波器		0.99987	0.91056	0.05713	0.00060	0.00001
B ₂	解析计算		0.00012	0.08753	0.46673	0.00892	0.00009
	H.K.Johansen 滤波器		0.00012	0.08753	0.46674	0.00892	0.00009
	D.Guptasarma 滤波器		0.00013	0.08753	0.46674	0.00892	0.00009
B ₃	解析计算		0.00000	0.00191	0.47614	0.99048	0.99990
	H.K.Johansen 滤波器		0.00000	0.00191	0.47613	0.99048	0.99990
	D.Guptasarma 滤波器		0.00000	0.00191	0.47613	0.99048	0.99991

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 1, h_1 = 1, h_2 = 3$$

四、水平层状介质电阻率权系数的部分计算结果及分析

图 1 示出了无电阻率差异的三层断面权系数。B₁由 1 开始随 AB/2h₁ 增大而下降并趋于 0；B₂由 0 开始逐渐增大，在达到极大值 (< 1) 后又逐渐下降到 0；B₃由 0 开始增加到 1。这表明，随极距的增加，浅层的影响逐渐减小，深层的影响逐渐增大。对于有电阻率差异的断面，B系数的变化情况就复杂了。

为说明电阻率断面对权系数的制约作用，把 N、H、K、A、Q 5 种断面的权系数绘在一起加以比较 (图 2—图 4)。由图可以看出，不同地电断面的权系数，其曲线形态、各段

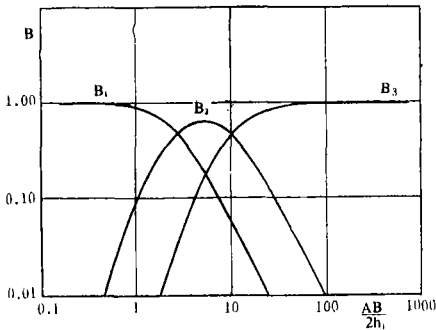


图 1 无电阻率差异的三层断面权系数 (h₂/h₁ = 3)

Fig. 1 The weighting coefficients of the section for a three layered media with no resistivity contrast

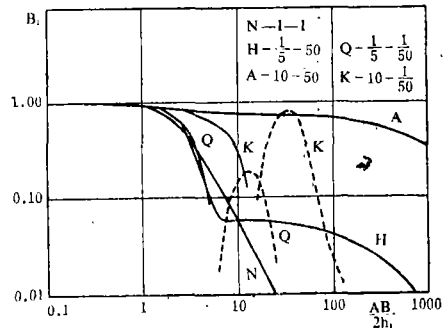


图 2 三层电阻率断面权系数 B₁ (h₂/h₁ = 3)

Fig. 2 The weighting coefficients B₁ of the resistivity section for a three layered media (h₂/h₁ = 3)

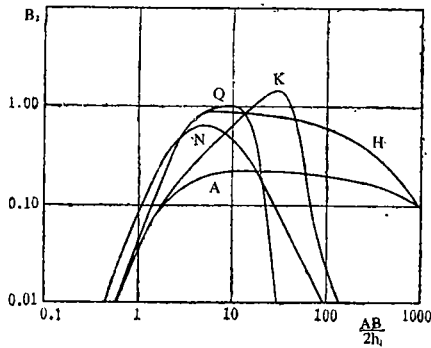


图3 三层电阻率断面权系数 B_2
($h_2/h_1 = 3$)

Fig. 3 The weighting coefficients B_2 of the resistivity section for a three layered media

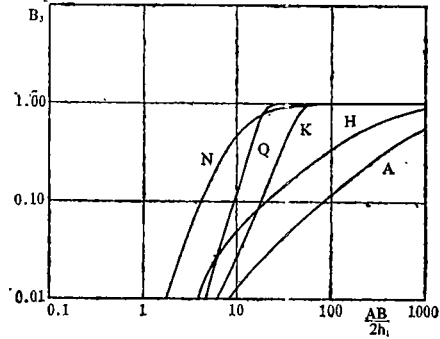


图4 三层断面权系数 B_3 ($h_2/h_1 = 3$)

Fig. 4 The weighting coefficients B_3 of the resistivity section for a three layered media

陡缓大不相同，这是由各层电阻率差异所决定的。N型（无电阻率差异断面）、H型、A型电阻率断面的权系数 B_1 在所有极距上均为正，权系数 B_2 均小于1。K型、Q型电阻率断面的权系数 B_1 随积距的增加由1逐渐减小，到某一极距时变为负值（图中虚线表示），再逐渐趋于0。这说明，对K、Q型断面而言，第一层电阻率的变化($d\rho_1/\rho_1$)和由它引起的视电阻率变化($d\rho_s/\rho_s$)在一定极距上符号可能相反。这种现象称为负效应。K型、Q型电阻率断面的权系数 B_2 在一定极距上大于1，有时甚至大于2。这说明由第二层电阻率变化引起的视电阻率的变化 $d\rho_s/\rho_s$ 大于 $d\rho_2/\rho_2$ 。这种现象称为峰值增强效应。一般来说，K型断面比Q型断面能引起更明显的 B_1 负效应和 B_2 峰值增强效应。权系数 B_3 的变化比较简单，均从0开始随极距增大逐渐趋于1。底层低阻的断面（K、Q） B_3 曲线较陡，趋于1的速度较快，底层高阻的断面（H、A）反之。

表2 三层、四层电阻率断面权系数的符号

电阻率断面	B_1	B_2	B_3	B_4
K($\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$)	+ -	+	+	
H($\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$)	+	+	+	
A($\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$)	+	+	+	
Q($\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$)	+ -	+	+	
KH($\rho_1 < \rho_2 > \rho_3 < \rho_4$)	+ - +	+	+	+
KQ($\rho_1 < \rho_2 > \rho_3 > \rho_4$)	+ -	+ -	+	+
HA($\rho_1 > \rho_2 < \rho_3 < \rho_4$)	+	+	+	+
HK($\rho_1 > \rho_2 < \rho_3 > \rho_4$)	+ -	+ -	+	+
AK($\rho_1 < \rho_2 < \rho_3 > \rho_4$)	+ -	+ -	+	+
AA($\rho_1 < \rho_2 < \rho_3 < \rho_4$)	+	+	+	+
QH($\rho_1 > \rho_2 > \rho_3 < \rho_4$)	+ - +	+	+	+
QQ($\rho_1 > \rho_2 > \rho_3 > \rho_4$)	+ -	+ -	+	+

为了解多层情况下权系数的变化情况,我们计算了KH、KQ、HK、HA、AK、AA、QH、QQ等四层断面的权系数。表2列出了三层、四层断面电阻率权系数 B_i 在整个极距范围内可能出现的符号。分析表2中的资料,推广到任意多层情况,可得出如下结论:凡电阻率组合出现K型或Q型序列的电阻率断面,某些权系数可能出现负值。若引起视电阻率曲线最后一个下降支的那一层是第 i 层,则权系数 $B_1、B_2、\dots、B_{i-1}$ 都可能出现负值。若 $B_1、B_2、\dots、B_i$ 出现负值,则 B_{i+1} 可能出现峰值增强效应。图5和图6绘出了2个四层断面的权系数。

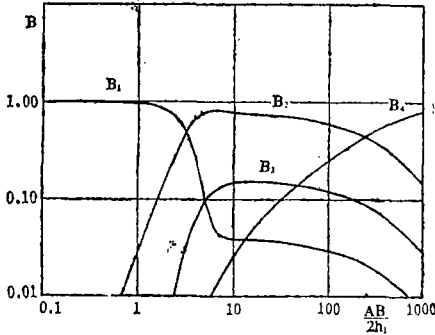


图5 HA型断面权系数 ($\rho_2/\rho_1 = 0.1, \rho_3/\rho_2 = \rho_4/\rho_3 = 10, h_2/h_1 = h_3/h_2 = 2$)
Fig. 5 The weighting coefficients of the HA type resistivity section

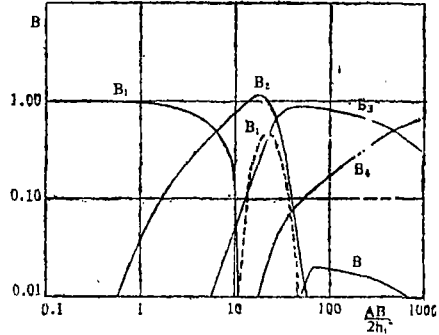


图6 KH型断面权系数 ($\rho_2/\rho_1 = 10, \rho_3/\rho_2 = 0.01, \rho_4/\rho_3 = 100, h_2/h_1 = h_3/h_2 = .2$)
Fig. 6 The weighting coefficients of the KH type resistivity section

上述简单分析表明,各层电阻率分布对权系数有重大影响。可以通过研究权系数来了解各层电阻率变化和由其引起的视电阻率变化的关系。权系数除了与各层电阻率有关外,还与各层厚度及装置类型、极距大小有关。水平层状介质权系数的详细研究结果我们将另文阐述。

五、结 语

1. 本文提出的计算方法速度快、精度高、需要计算机内存小,这对于系统而广泛地研究各种地电断面的权系数是非常方便的。台站人员可以根据该站的地电断面来计算其权系数,以研究视电阻率变化的影响因素。
2. 视电阻率变化与地电断面垂向电阻率分布有着密切关系。研究某一台站的勘探深度、视电阻率变化的影响因素等问题时必须首先考虑该站地电断面的结构,计算并研究该站地电断面的权系数。
3. 可以利用水平层状介质电阻率权系数来计算同一断面的视极化率:

$$\eta_s = \sum_{i=1}^n B_i \eta_i$$

η_i 是各层介质的极化率, η_s 是视极化率。

在本项研究中,得到了李金铭付教授和赵改善同志的大力协助,特致谢意。

(本文1987年12月14日收到)

参 考 文 献

- [1] Seigel, H.O., Mathematical formulation and type curves for induced polarization, *Geophysics*, Vol. 34, 1959.
- [2] 钱家栋、陈有发、金安忠, 地电阻率法在地震预报中的应用, 地震出版社, 1985.
- [3] Nabighian, M.N. and Elliot, C.L., Negative induced polarization effects from layered media, *Geophysics*, Vol. 41, 1976.
- [4] Ghosh, D.P., Inverse filter coefficients for the computation of apparent resistivity standard curves for a horizontally stratified earth, *Geophys. Prospect.*, Vol. 19, 1971.
- [5] Koefoed, O., *Geosounding Principles, 1: resistivity sounding measurements*, Elsevier Scientific Publishing Company, 1979.
- [6] 傅良魁、姚文斌, 水平层电测深正演计算的改进, *物化探计算技术*, Vol. 3, No. 3, 1984.

A METHOD FOR THE COMPUTATION OF RESISTIVITY WEIGHTING COEFFICIENTS OF HORIZONTAL STRATA

Yao Wenbin

(*Seismological Bureau of Henan Province*)

Fu Liangkui

(*Beijing Graduate School, China University of Geosciences*)

Abstract

This paper puts forward a new method for computation of resistivity weighting coefficients of horizontal strata. This method is the development of the digital linear filter method for the computation apparent resistivity curve for a horizontally stratified earth. The principle of the computation method is expounded. The computation speed and precision of the new method are illustrated. Some computation results of the weighting coefficients for a three and four horizontally layered earth are shown. The variation characteristics of the weighting coefficients are analysed with emphasis on negative effect and peaking effect.