

## 解算局部重力场问题的有限元模型

张伯宏

(国家地震局第二测量队)

## 1. 前言

目前,解算重力场问题的方法有斯托克司方法和莫金斯基方法。这两种方法都采用球函数的级数展开,其计算精度取决于展开项数的多少,展开项数多则计算困难,少则精度有限。本文推导出了用有限单元法来解算地球局部重力场问题的模型公式,进而提出了把这种方法用于探索地壳运动的设想,给出了计算模型。这种方法计算简便,精度取决于插值函数的选取和剖分单元的大小,对解算局部地区重力场问题具有一定的现实意义。

## 2. 模型推导及计算过程

取线性插值函数

$$T = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z$$

结合重力测量的基本微分方程

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

推导得剖分元(四面体单元)的泛函表示式为:

$$I = \iiint_{\Omega} \frac{1}{2} [(T_x)^2 + (T_y)^2 + (T_z)^2] dv + \iint_{\sigma_{xoy}} \Delta y T \Big|_{z_1}^{z_2} d\sigma + \iint_{\sigma_{yoz}} \gamma_N \xi T \Big|_{x_1}^{x_2} d\sigma + \iint_{\sigma_{xoz}} \gamma_N \eta T \Big|_{y_1}^{y_2} d\sigma$$

由最小能原理,对泛函取极值条件  $\frac{\partial I}{\partial T_k} = 0$ , 可得一组线性方程组。常数项中的垂线偏差无法求得,可先取其为0,求解剖分单元的挠动位,进而由  $\frac{\partial T}{\partial x} = -\gamma_N \xi$  及  $\frac{\partial T}{\partial y} = -\gamma_N \eta$

反求  $\xi$  和  $\eta$ , 以后迭代求解,最后可以求得精确的扰动位的插值函数和垂线偏差值。

## 3. 模型验证

用莫洛金斯基模型 III 对所推导的公式进行验证。结果表明用推导的模型公式计算的模型面上的近似垂线偏差与用莫洛金斯基模型 III 计算的精确值相差不大。用所推导的模型公式计算的模型面上的垂线偏差的精确值与用莫洛金斯基模型 III 计算的精确值相差很小(0."00—2".00)。这说明了所推导的模型公式的正确性和用有限单元法解算局部重力场问题的可行性。以上结果是在 49km × 49km 和 98km × 98km 大小区域上计算的。

(下转第91页)

是基于这种设想在ME 1 区0000H—7 FFFH装入了64K存贮模块。另外在ME0区利用了8K未使用区装入了管理程序。该管理程序给PC—1500增加了十几条命令，使PC—1500主机的程序和数据文件得以存入XZ—1内。

数据库管理系统采用了较为先进的dBASE关系型数据库管理。当XZ—1中的所有资料通CE—150自动进入数据库后，该库管理系统可以将其资料顺序或选择转换成ASCⅡ文件，自动调用其他高级语言处理ASCⅡ文件，最后自动追加到各相应的同类资料数据库中。

该系统的建立，使资料的维护、调用、修改、追加、计算输出都十分方便。数据的修改和添加采用卡片式快速传递方法。对固定的字符、数据采用自动识别追加入库。

由于重力资料的处理较为麻烦，如仪器格值的温度拟合改正，仪器的高度改正，用每个测点的经纬度进行该点某一时刻重力测量值的固体潮改正，零漂改正，平差等，每个测点的点值都是在进行了上述处理后才能被确认。该系统在这方面发挥了一定的作用。

### 3. 结语

由于野外数据采集使用了XZ—1存贮器，从而使用PC—1500计算机更加得心应手，而与微机的通讯则大大地缩短了工时，提高了数据输入微机的准确可靠性。

由于数据库管理系统采用模块化，因而具有可维护性、可扩充性和可移植性。对整个系统稍加修改即可用于其他手段、方法的数据采集与处理，有较广泛的实用性。

---

(上接第98页)

### 4. 用重力变化监测地壳运动的探索

对重点监测区常常进行重力复测，从而可以得到两期重力异常之差，重力异常之差中含有各种系统性误差比单个重力异常值少得多。根据现有资料分析，地震活跃区内这种重力异常的差值表现比较突出，约为 $100\mu\text{gal}$ 左右。经过推证，把重力异常差代入所推导的计算公式计算扰动位和垂线偏差的变化同样适用，以此结合重力测量和其他地球物理探测，对探索地壳运动有一定的实用意义。

在模型推导中只要把坐标系略加变换，就可以解算空中重力问题，这对于军事和探矿业无疑是一种快速、简便的计算模式。

袁铭、江在森、崔笃信等同志对本文提出了宝贵意见，在此致谢。