

用最大似然法进行波场分解和震相识别*

张范民

(国家地震局兰州地震研究所)

摘 要

本文以介质中弹性波场的传播特征和多元统计分析为基础,从数学上进行严格的推导,得到了模型与资料拟合的最大似然判据,以检验地震波列中是否存在某种特殊波型的能量。利用概率滤波可得分解后的地震图,从图中可以直接得到震相到时。用此方法处理P波资料,效果较好。对于剪切波资料,有时处理结果不十分理想。这可能是由于径向分量和横向分量之间的线性相关性造成的。对于因介质各向异性而形成的分裂剪切波,用此方法得到的S波到时为快S波到时。此方法对于单台三分向记录资料的处理是十分有效的。

关键词:最大似然法;震相识别;波场分解

一、引言

把相互干涉的地震波场分解开,是地震资料处理中非常重要而又困难的课题。随着多分量地震数据的采集,P波和S波波至的分离及其初动的识别变得越来越重要,有许多方法可以实现此目的,它们大致可以分成确定性方法和随机性方法两类。在第一类方法中,波场分解是以弹性波波动方程和局部平面波假设为基础的^[1,2],所用的二维变换($\omega-k$ 或 $t-P$)技术,隐含着把输入资料模拟为大量的平面波之和,各单个波场的分解可以通过在变换后的域中选择适当的区域来实现。随机性方法则利用速度滤波或偏振滤波来分解地震波场并识别相应的P波或S波震相^[3-7]。这两种方法虽然各有许多优点,但在理论假设和实际处理中,仍然存在着一些问题。本文根据 Christoffersson 等人的工作^[8,9],利用最大似然法得出了模型与资料拟合的判据,纠正了某些文献中的公式错误,克服了计算时的迭代不收敛问题。在资料处理中,提出了滑动时间窗多次覆盖法,利用概率滤波和视表面速度滤波,可以得到直观的波场分解图,通过读图可以直接找出震相到时。

二、利用最大似然法进行 波场分解和震相识别的理论与方法

1. 地震波的多元统计模型

* 本文为作者硕士学位论文的一部分。

假设 $Y(t) = [Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_p(t)]^T$ 是一个在 t 时刻的 p 维随机观测矢量, $Z(t) = [Z_1(t), Z_2(t), \dots, Z_k(t)]^T$ 为 t 时刻的 k 维信号表示, $N(t) = [N_1(t), N_2(t), \dots, N_p(t)]^T$ 为 t 时刻的噪音矢量, 则假设观测值、信号和噪音具有如下关系:

$$Y(t) = \Lambda Z(t) + N(t) \quad (1)$$

(1)式中 Λ 为将信号与观测值联系起来的某种 $p \times k$ 阶未知常数矩阵, 符号“ T ”表示对矩阵或矢量进行转置。对于三分向地震资料而言, 式中 $p=3$, 对于 P 波 $k=1$, 对于 S 波 $k=2$ 。对信号和噪音作如下假设:

- (1)信号与噪音不相关;
- (2)噪音的数学期望为零, 即 $E\{N(t)\} = 0$;
- (3)信号的各分量是线性独立的且所有的二阶矩皆存在。

在上述假设下, 由(1)式可得:

$$\Sigma_0 = \Lambda \Phi \Lambda^T \Psi \quad (2)$$

(2)式中 Σ_0 为记录资料的协方差矩阵, 为一个 $p \times p$ 阶对称矩阵, 含有 $p(p+1)/2$ 个不同元素; Φ 是信号的协方差矩阵; Ψ 是噪音的协方差矩阵。

若将原始记录的南北向分量 U_x 和东西分量 U_y 旋转变为径向分量 U_R 和横向分量 U_T , 而垂直向分量 U_z 不变, 则新旧坐标系基向量之间的关系为:

$$\begin{cases} \vec{e}_R = -\vec{e}_x \cos A - \vec{e}_y \sin A ; \\ \vec{e}_T = \vec{e}_x \sin A - \vec{e}_y \cos A ; \\ \vec{e}_z = \vec{e}_z \end{cases} \quad (3)$$

由此很容易写出新旧坐标系中各向量之间的变换关系:

$$\begin{bmatrix} U_R \\ U_T \\ U_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos A & -\sin A & 0 \\ \sin A & \cos A & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{bmatrix} \quad (4)$$

(3)、(4)两式中 A 为方位角。在旋转坐标系下, (2)式中的系数矩阵 Λ 和信号的协方差矩阵的形式非常简单, 对于 P 波和 S 波可分别写成如下形式:

$$\Lambda_P = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ 0 \\ \lambda_3 \end{bmatrix}, \quad \Phi_P = [\varphi_1], \quad \lambda_1 \lambda_3 \leq 0; \quad (5)$$

$$\Lambda_S = \begin{bmatrix} 0 & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & 0 \\ 0 & \lambda_{32} \end{bmatrix}, \quad \Phi_S = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & 0 \\ 0 & \varphi_{22} \end{bmatrix}, \quad \lambda_{12} \lambda_{32} \geq 0$$

2. 拟合判据和模型检验

在高斯白噪声假设下, 即假设 $Y_\alpha = [Y_{1\alpha}, Y_{2\alpha}, \dots, Y_{p\alpha}]^T, \alpha = 1, 2, \dots, N$, 是容量为 N 的 p 维随机样本, 其中 $N > p$, 它来自于服从 p 元正态分布 $N_p(\mu, \Sigma)$ 的总体, 其中 μ 和 Σ 为随机向量 Y 的均值向量和协方差阵, $|\Sigma| \neq 0, Y_\alpha$ 相互独立, 并且每个 Y_α 皆服从 $N_p(\mu,$

Σ), 则此样本的似然函数可写成下式:

$$L(Y_1, Y_2, \dots, Y_N; \mu, \Sigma) = (2\pi)^{-\frac{NP}{2}} |\Sigma|^{-\frac{N}{2}} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{2} \text{tr} \Sigma^{-1} \left[\sum_{\alpha=1}^N (Y_\alpha - \mu)(Y_\alpha - \mu)^T \right]\right\} \quad (6)$$

符号“tr”表示对矩阵求迹。在寻求 μ 和 Σ 的最大似然估计时, 使得似然函数 L 相对于 Y_α 而言达到最大值。因为极大似然原理就是寻求参数的估计值, 使得在这种参数值之下, 出现所给样本值的概率密度(似然函数)值为最大。可以证明, 在没有任何条件限制的情况下, 当 $\mu = \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N Y_\alpha$, $\Sigma = S = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N (Y_\alpha - \bar{Y})(Y_\alpha - \bar{Y})^T$ 时, L 达到极大值。若用 L_0 表示此极大值, 则

$$L_0 = (2\pi)^{-\frac{NP}{2}} |S|^{-\frac{N}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^N (Y_\alpha - \bar{Y})^T S^{-1} (Y_\alpha - \bar{Y})\right] \quad (7)$$

上式的最大似然函数是在没有限制条件的情况下得到的, 然而在实际应用中常常假定 μ 或 Σ 满足某种关系, 即对 μ 或 Σ 作了某种限制, 若记这种限制条件为 ω , 在此限制条件下似然函数的最大值用 L_ω 表示。假如限制条件为 $\Sigma = \Sigma_0$, 而对 μ 不作任何限制, 则有

$$L_\omega = L(\bar{Y}, \Sigma_0) = (2\pi)^{-\frac{PN}{2}} |\Sigma_0|^{-\frac{N}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^N (Y_\alpha - \bar{Y})^T \Sigma_0^{-1} (Y_\alpha - \bar{Y})\right] \quad (8)$$

可以用 $\lambda_\omega = L_\omega/L_0$ 来衡量假设的正确程度, λ_ω 叫做似然比, 由于 $0 \leq L_\omega \leq L_0$, 所以 $0 \leq \lambda_\omega \leq 1$, 如果 λ_ω 越接近于 1, 则说明假设越正确。由(7)和(8)两式可得:

$$\lambda_\omega = \frac{L_\omega}{L_0} = \frac{\exp\left[-\frac{N}{2} \text{tr}(S\Sigma_0^{-1}) + \frac{Np}{2}\right]}{|\Sigma_0^{-1}|^{-\frac{N}{2}}}, \quad (9)$$

或 $-2 \ln \lambda_\omega = N[\text{tr}(S\Sigma_0^{-1}) - \ln |\Sigma_0^{-1}| - p]$ (10)

这样就得到了一个检验假设正确程度的统计量 $Q = -2 \ln \lambda_\omega$, Q 越小则说明假设越正确, 由于 $0 \leq \lambda_\omega \leq 1$, 所以 $0 \leq Q \leq \infty$ 。当 N 较大时, 统计量 Q 近似地服从自由度为 $p(p+1)/2$ 的 χ^2 分布, 或说 Q 渐近按 χ^2 分布; 当 N 较小时可用总体协方差阵的无偏估计 $\hat{\Sigma} = \frac{N}{N-1} S$ 代替协方差阵 S , 用 $N-1$ 代替 N , 这样可得下式:

$$Q = (N-1)[\text{tr}(\hat{\Sigma}\Sigma_0^{-1}) - \ln |\hat{\Sigma}| + \ln |\Sigma_0| - p] \quad (11)$$

在资料处理中, 假设用 Σ 表示模型的协方差阵, 用 S 表示观测资料的协方差阵, 由(11)式可得如下估计函数

$$F = \ln |\Sigma| + \text{tr}(S\Sigma^{-1}) - \ln |S| - p \quad (12)$$

如果用 F 表示(12)式的极小化值, 如前面的推导可知, $(N-1)F$ 渐近地服从 χ^2 分布, 其自由度应等于 6 减去模型中的未知参数的个数。以 P 波为例说明如何来构造模型检验。在等噪音功率假设下, 有

$$\Sigma_p = \Lambda_p \Phi_p \Lambda_p^T + \sigma^2 I; \quad (13)$$

$$\Sigma_N = \sigma^2 I \quad (14)$$

上面两式中 σ^2 表示噪音功率, I 为 3×3 单位矩阵。如果用 F_P 和 F_N 分别表示(13)、(14)两式的极小化值, 则 $(N-1)F_N$ 服从具有 5 个自由度的 χ^2 分布, 而 $(N-1)F_P$ 服从具有 3 个自由度的 χ^2 分布, 两者之差 $(N-1)(F_N - F_P)$ 服从具有两个自由度的 χ^2 分布。定义

$$P_1 = \chi^2(3) > (N-1)F_P ; \quad (15)$$

$$P_2 = \chi^2(2) > (N-1)(F_N - F_P) ; \quad (16)$$

$$P = P_1(1 - P_2) , \quad (17)$$

则(16)式所定义的概率大小反映模型与资料之间差异的大小, 而(17)式定义的概率表示 P 波存在且能量大于零的概率。因此在实际应用中就可以用(16)式或(17)式作为某种波存在与否的判断标准。

3. 滤波与震相识别

对于三分向记录, 在给定长度为 $N\Delta t$ 的时间窗内, 可计算数据的协方差矩阵 S ,

$$S = \begin{bmatrix} \text{Var}[R] & \text{Cov}[R, T] & \text{Cov}[R, z] \\ \text{Cov}[R, T] & \text{Var}[T] & \text{Cov}[T, z] \\ \text{Cov}[R, z] & \text{Cov}[T, z] & \text{Var}[z] \end{bmatrix} . \quad (18)$$

它为一正定的 3×3 矩阵, 求出矩阵 S 后, 可根据(12)式求 F 的极小化值, 进而可求得给定时间窗所对应的概率。协方差阵是对于所给长度为 $N\Delta t$, 中心在 t_0 的时间窗内的资料计算的, 所以可以认为所计算的概率为此窗内所要拟合的某种波形存在的平均概率。或干脆近似认为是 t_0 点的某种波形的概率。在首先给定的一个概率阈值之上, 可以利用此概率对原始三分向记录或旋转记录进行加权, 即对原始资料进行概率滤波, 以突出某些震相信息。对原始资料的另一种加权方案是利用地震波视表面速度, 如果计算出的视表面速度在事先给定的速度范围之内, 则不对资料进行运算, 否则将其值赋为零, 把这种滤波方法称为视表面速度滤波。经过这样处理以后, 就可以得到某些震相比较清晰的分解地震图。在认为可能含有 P 波或 S 波初动的时间区间内, 选择合适长度的时间窗, 将此时间窗逐点滑动, 就可以计算出每个时间窗内 t_0 点所对应的概率, 如果此概率在 0.5 以上并且在此点后相继许多点上能保持在一个较高的概率水平之上, 那么就可以认为此点为某种特点波型的到时。

三、资料处理实例

1. 张掖三分向台的资料处理

张掖数字化台网主要用来监测区域地震, 中心台为三分向台, 采样率为 92Hz, 本文选用了此台记录到的三个地震的资料。这三个地震的震中距分别为 11.2km, 80.0km 和 48.3km。为方便起见, 把这三个地震分别称为地震 1、地震 2 和地震 3。图 1 和图 2 分别给出了地震 2 的 P 波和 S 波概率滤波图。从图上可以看出, 在处理的时间区间内到达了许多震相, 这些震相可能包括多次反射波、多次折射波以及转换波震相等。要逐个地指出每一个震相对应什么波, 确实不是一件容易的事情。

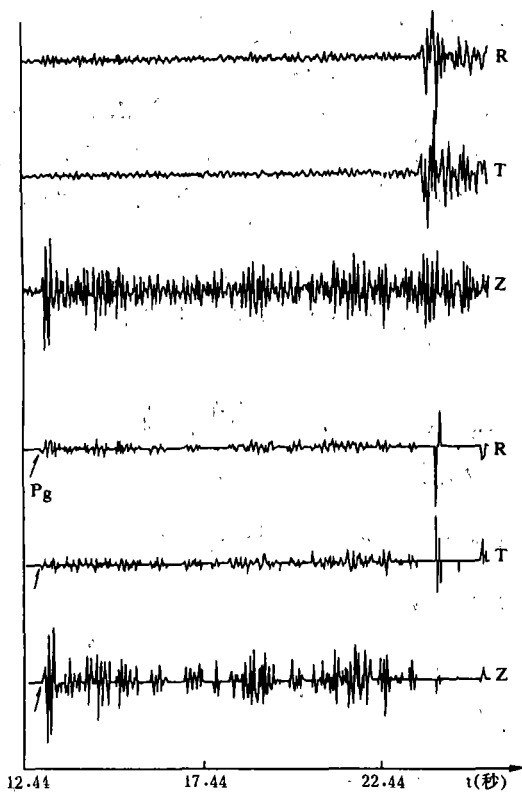


图1 地震2的P波处理结果
Fig. 1 Decomposed P wave records of No. 2 event

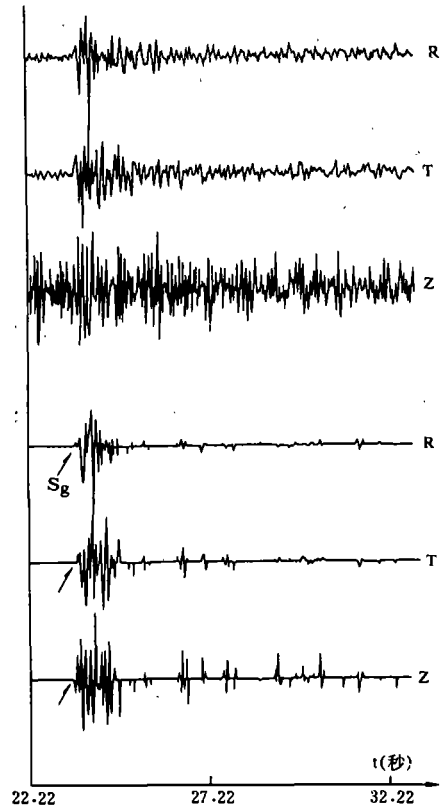


图2 地震2的S波处理结果
Fig. 2 Decomposed S wave records of No. 2 event

表1列出了这三个地震的处理结果。由表1可以看出,P波和S波的初动到时与台网处理结果基本吻合。对于上述三个地震,S波处理时窗长均取为0.32s,P波为0.16s,概率阈值均为0.5。

表1 张掖地震台记录的3次地震的处理结果

地震编号		地震 1 1989-03-26, 11h 17min	地震 2 1988-10-23, 08h 36min	地震 3 1989-02-25, 00h 51min
台网结果	P波到时(秒)	48.38	12.97	42.68
	S波到时(秒)	51.02	23.47	48.97
	P波走时(秒)	3.12	13.13	8.10
本文结果	P波到时(秒)	48.39	12.93	42.26
	S波到时(秒)	50.66	23.52	49.11

2. 景泰地震资料处理

1990年10月20日,在甘肃景泰发生了 $M_s=6.2$ 级的地震,在此前后发生了许多小震。本文所选资料为中国数字化地震台网兰州台记录的其中4次地震资料。图3为根据张少泉等人的工作给出的兰州—景泰地区P波地壳速度结构模型。表2为地震参数,用A、B、C、D表示地震编号,表3给出了理论走时、测震报告走时和本文方法得到的走时。本文方法中S波处理窗长皆为0.75s,P波为0.5s,概率阈值为0.5。图4、图5为地震D的P波和S波概率滤波图。

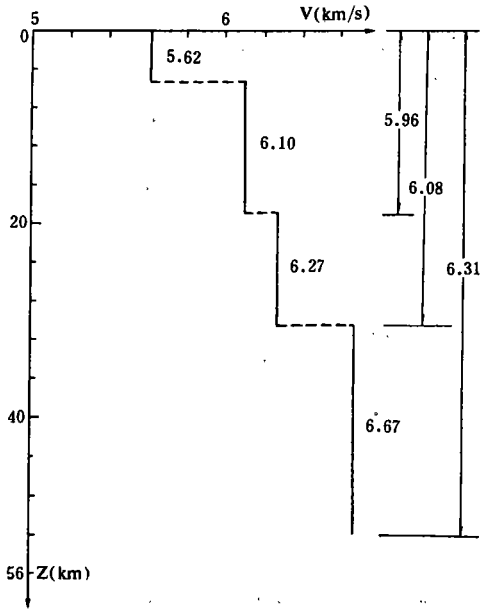


图3 景泰—兰州地区地壳速度结构模型
Fig. 3 Velocity structure model of crust of Jingtai - Lanzhou area

从表3可以看出,根据理论速度模型计算出的直达P波和直达S波的走时与从地震记录所得的直达波的走时基本相符。大部分理论走时与用本文方法所得走时基本相符。

3. 天水人工地震资料处理

1986年,国家地震局组织人工地震观测协调组九个单位在甘肃省天水地区进行了人工地震测深,即8609工程。本文选择了其中一些资料进行了处理并与刘希强的结果作了比较⁽⁷⁾,表4和表5列出了处理结果,表中快 S_m 和慢 S_m 为刘希强的S波分裂研究结果, t_{SM} 表示利用本文所提出的概率滤波方法所得结果。上述数字化资料采样率为200Hz,处理窗长为0.3s,概率滤波下限为0.5。从表4和表5可以看到,用本文方法得到的S波震相到时与刘希强所得的分

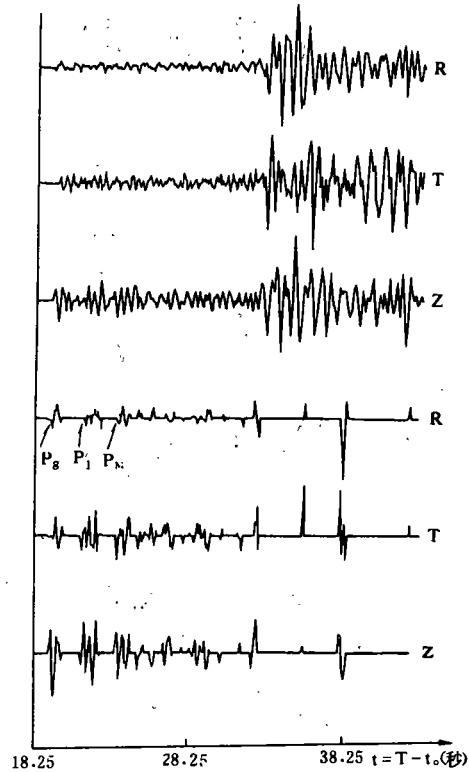


图4 地震D的P波处理结果
Fig. 4 Decomposed P wave records of D event

裂剪切波的快S波震相到时基本一致,所以可以断定用此方法所得S波震相到时应为快S波震相到时。图6为93号炮49号测点的S波处理结果。

表2 景泰地震震源参数

地震	发震时刻	经度	纬度	震中距(公里)	震源深度(公里)	震级(M _L)
A	1990-04-01 05h 38min 28.5s	103°21'	37°26'	155.62	21	3.0
B	1990-11-03 04h 06min 17.6s	103°34'	37°08'	118.56	15	2.6
C	1990-10-21 01h 12min 4.5s	103°38'	37°07'	115.64	10	3.7
D	1990-04-15 15h 08min 46.3s	103°40'	37°07'	115.21	11	3.6

表3 景泰地震直达波与M面反射波走时(秒)

地震编号	A	B	C	D
P ₁ 波测震报告走时	25.90	19.60	20.00	19.10
P ₁ 波理论走时	25.82	19.90	19.34	19.285
P ₁ 波本文方法走时	25.78	19.345	19.97	19.00
S ₁ 波测震报告走时	44.00	33.60	33.30	32.70
S ₁ 波理论走时	44.42	34.23	33.26	33.17
S ₁ 波本文方法走时	43.54	33.845	33.22	32.50
P _M 波理论走时	27.97	23.52	23.65	23.497
P _M 波本文方法走时	27.66	23.60	23.47	23.375
S _M 波测震报告走时			41.00	
S _M 波理论走时	48.11	40.46	40.68	40.415
S _M 波本文方法走时	47.16	40.47	41.47	40.25

表4 123号炮49号和56号测点处理结果

测点	震中距(公里)	方位	S_M 震相折合走时(秒)	S_M' 震相折合走时(秒)
49#	226.87	N96°E		快=4.24 慢=5.87 $t_{SM}=4.225$
56#	196.85	N95°E	快=1.67 慢=3.39 $t_{SM}=1.675$	

表5 93号炮49号和55号测点处理结果

测点	震中距(公里)	方位	S_s 震相折合走时(秒)	S_M 震相折合走时(秒)
49#	154.05	N77°E	$t_{SS}=1.225$	快=4.288 慢=4.47 $t_{SM}=4.325$
55#	126.19	N77.6°E	快=-0.125 慢=0.28 $t_{SS}=-0.15$	快=5.72 慢=6.31 $t_{SM}=5.75$

四、讨论与结论

近几年,随着以三维射线追踪和全波方程模拟为基础的理论地震图分析的发展,地下介质结构及特性等问题的研究变得越来越重要。在地震学中,一个长期令地震学家困扰的问题就是怎样将整个地震波列适当分解成一个个的子波震相,然后根据波型对这些子波震相进行分类,而这些震相恰恰为我们提供了地震波射线路径和地下介质结构方面的信息。提取这些信息通常所采用的方法是利用一维或二维的垂直分量地震台阵,这在大多数情况下是比较有效的,然而对于较复杂的地震波场来讲,由于探测器之间的空间延迟而使得台阵分析技术出现了许多问题。本文的单台三分向分析技术不牵涉空间滞后问题,因而在波场分解和震相识别中就有它自己的优点。

从资料处理来看,本文所给出的方法对于比较简单的模型,如P波模型,处理结果是比较令人满意的,能给出准确的震相初动到时,而对于剪切波,多数情况下比较满意,但有时结果差些,这可能是由于本方法理论中所作的许多假设,如各信道不相关,噪音不相关且具有相等的功率等,未必对各种情况都适用。在一次地震记录中,除地震波信号以外,往往还混有风雨等自然现象引起的振动和各种人工干扰,如各种工厂的噪音、仪器或线路上的电气噪声等。这些干扰的时间特性、振幅变化都非常复杂。要做到全面了解可能是非常困难的。就地震信号本

身而言,因震源及其发震过程的复杂性和多样性、震源与台站的距离及相对位置的不同、传播路径上地球介质的不同及台站记录系统特性的差异等,使得各台记录到的地震波千变万化,因此很难给出一个能包含诸多因素的模型。当然在条件允许的情况下,可以考虑一些比较复杂的多维信号模型,如果在分析方法中设法将地震波的频率和相位的变化加以利用的话,那么就有可能大大改善处理结果。

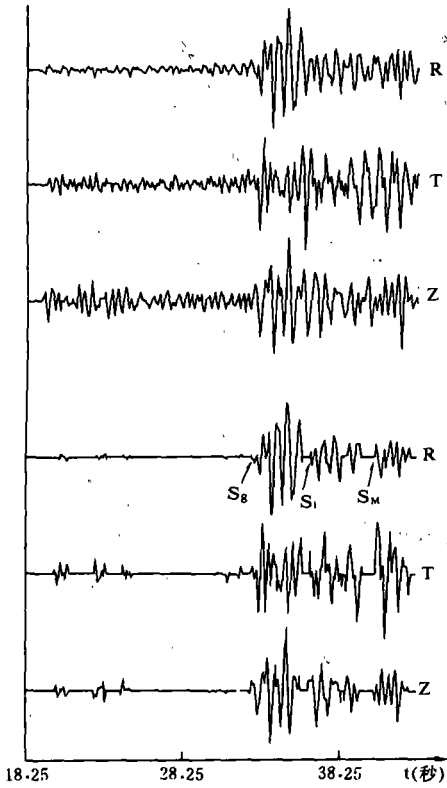


图5 地震D的S波处理结果
Fig. 5 Decomposed S wave records of D event

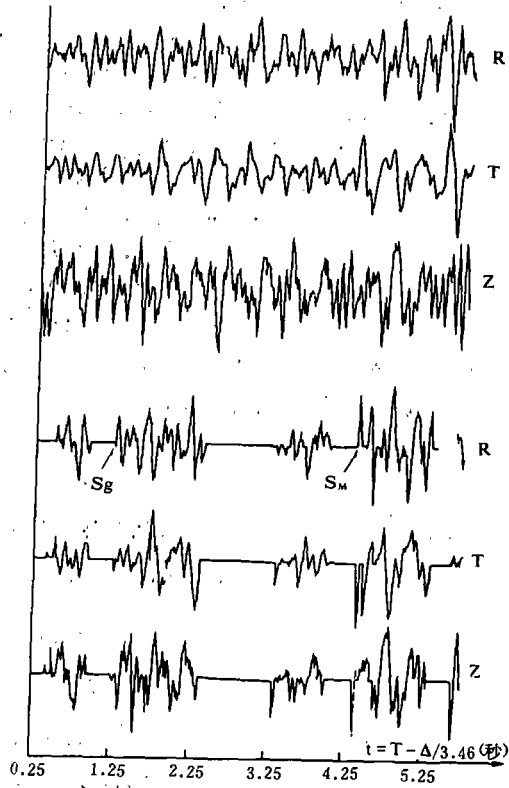


图6 93号炮49号测点的S波处理结果
Fig. 6 Decomposed S wave records of No. 49 observing spot in No. 93 explosion

从概率滤波图上可以看出,在处理的时间区间内到达了许多震相,可能包括多次反射波、多次折射波和转换波震相等,要逐个地指出每个震相对应于什么波,确实不是一件容易的事情,这当然主要取决于分析者的理论水平和实际经验,然而本文的主要目的不在于准确地辩认用此方法分解出的每一个震相,而只在于检验此方法的有效性。从实际资料处理结果来看,此方法对单台三分向资料的分析是十分有效的,具有广阔的应用前景。

本文是在李清河老师的精心指导下完成的,在此表示衷心的感谢。

参考文献

- [1] A. J. Devaney and M. L. Oristaglio, Plane wave decomposition for elastic wave fields applied to the separation of P waves and S waves in vector seismic data, *Geophysics*, Vol. 51, No. 2, 419—423, 1986.
- [2] 赵鸿儒等, 全波震相分析的应用, *地球物理学报*, Vol. 33, No. 1, 54—62, 1990.
- [3] R. H. Tatham and P. L. Staffa, V_p/V_s —A potential hydrocarbon indicator, *Geophysics*, Vol. 41, 837—849, 1976.
- [4] C. Cllet and M. Dubesset, Three component recordings: Interest for land seismic source study, *Geophysics*, Vol. 52, No. 8, 1048—1059, 1987.
- [5] A. Benhama and C. Cllet, Study and applications of spatial directional filtering in three component recordings, *Geophysical Prospecting*, Vol. 36, No. 6, 591—613, 1988.
- [6] 雷兴林等, 对地震转换波的数字滤波处理, *地震学报*, Vol. 12, No. 1, 30—37, 1990.
- [7] 刘希强, S波分裂中的快、慢波识别方法及其应用, *西北地震学报*, Vol. 14, No. 4, 1992.
- [8] B. O. Buud, E. S. Husebye, S. F. Ingate and A. Christoffersson, Event location at any distance using seismic data from a single three component stations, *B. S. S. A.*, Vol. 78, 308—325, 1988.
- [9] A. Christoffersson, E. S. Husebye and S. F. Ingate, Wavefield decomposition using ML probabilities in modelling single site 3 component records, *Geophysical Journal*, Vol. 93, 197—213, 1988.
- [10] 张少泉等, 中国西部地区门源—平凉—渭南地震测深剖面资料的分析解释, *地球物理学报*, Vol. 28, No. 5, 1985.
- [11] 利人, 统计推断理论基础及应用, 群众出版社, 1982.
- [12] 张尧庭, 多元统计分析引论, 科学出版社, 1982.

SEISMIC PHASE RECOGNITION AND WAVEFIELD DECOMPOSITION WITH MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD

Zhang Fanmin

(*Earthquake Research Institute of Lanzhou, SSB, China*)

Abstract

In this paper, according to the characters of wavefield propagation in medium and the multivariate statistical analysis, a ML criterion, which fits the data with the model is reached by strict mathematical derivation, is used to test whether the energy of specific wave type is present. The decomposed seismogram is obtained by using probability filtering, the arrived time can be find out from it directly. The technique is satisfactory for P waves, but is sometimes a little poor for S waves, which is probably due to the correlation between radial and transverse components. Especially for split shear waves, the arrival time obtained by this method, should be that of fast shear waves. Practical examples shown that the method is very available for the processing of three component recordings.

Key Words: Maximum Likelihood Method; Seismic Phase Recognition; Wavefield Decomposition