

# 地震断裂系统的分形和在地震预报中的应用\*

姚立珣 虞雪君

(浙江省地震局)

## 摘 要

本文基于地震断层具有自相似结构,从分形概念出发,依据地震资料提出了适合于前震和余震的分形模型,在此基础上讨论了前震和余震的 $b$ 值特征,提出了地震矩不均衡度的概念。本文还探讨了利用分数维和地震矩不均衡度进行地震预报的可能性。研究发现,正常情况下,地震矩不均衡度呈现低值,大震发生前出现高值异常,震后降低;在空间上,震前2—4年其异常范围大,震前一年异常区逐渐缩小,大震发生在异常集中区内或其边缘。

**关键词:** 地震矩不均衡度; 分形; 地震断层

## 一、前言

1981年Aki首先将分维概念引用到地震学中来,之后他又指出前震的分数维 $D=1$ ,余震的分数维 $D=2^{(1)}$ 。King<sup>(2)</sup>利用分数维研究了大地构造,提出了断层剩余形变的调整是由各层次次级断层完成的,并讨论了 $b$ 值的几何意义。Okubo和Aki<sup>(3)</sup>, Avils和Scholz<sup>(4)</sup>分别测量了San Andreas断层的分数维,并试图研究断层各段的分数维与地震的关系。陈颀<sup>(5)</sup>、彭成斌<sup>(6)</sup>提出了地震前的降维现象。到目前为止,分数维在地震学中的应用研究方兴未艾,但是在地震预报中的应用还不多。本文从分形和分数维理论出发,讨论前震和余震序列特征,根据这些特征提出地震矩不均衡度的概念,研究其在地震预报中的应用。

研究地震断裂系统的分数维有两种方法。一种是直接在大比例尺地图上去测量;另一种是基于地震大小可以是断层长度的函数,把对地震断裂系统长度的分数维计算变成对地震震级的分数维计算,用以研究地震断裂系统的分数维问题。后一种方法的计算结果比前一种方法要精细得多。

值得指出的是,用两种方法计算的断裂系统的分数维意义不同。地质上巨大的断裂系统主要是长期构造活动形成的,而地震断裂系统是近期断层活动的结果。由前者得到的分数维代表长期背景值,而由后者得到的分数维可以代表断层活动的近期情况。对于地震预报来说,后者更具有实用意义。

## 二、地震断裂系统的分形特征

### 1. 地震断裂系统的分形特征

地震断裂的发生和发展不仅受应力场控制,还受介质性质影响,甚至受外因调制。在一个区域内可以分布着各种尺度的断裂,这些断裂除有优势方向外,还有其它方向,形成错综复杂的断裂系统。

在大陆内部,一次地震发生之后,断层位错一般在中间部位达到最大,到断层端部减小到零。主断裂产生的剩余形变由各层次的小断层进行调整,产生一系列余震。这些次级断裂主要发生在主断裂的端部及其周围,形成一个系统。

理论和经验公式均表明<sup>[7]</sup>,震级  $M$  和断层长度  $L$  存在以下关系:

$$M = a + \beta \lg L. \quad (1)$$

设主震震级为  $M_1$ , 断层长度为  $L_1$ , 最大强余震为  $M_2$ , 断层长度为  $L_2$ , 并设  $r = L_2/L_1$ , 则有:

$$\Delta M = M_1 - M_2 = \beta \lg(1/r). \quad (2)$$

这时,可以把古登堡—李克特公式

$$\lg N = a - bM \quad (3)$$

写成

$$\lg N_i = a - b_i \Delta M, \quad i = 0, 1, 2, \dots, l.$$

设  $i=1$  时,  $N_1=1$ , 于是得到:

$$D = \beta b = \lg N(r^k) / \lg(1/r^k). \quad (4)$$

其中  $k=1-i$ ,  $\beta=a$ 。(4)式就是分数维的定义式。由以上分析可见,由古登堡—李克特关系式可以直接得到分数维的定义式。它表明地震断裂系统具有分形特征。

### 2. 地震断裂系统的两种分维模型

从巴特定律可知,主震与最大强余震之差  $\Delta M = 1.2$ 。将其代入(2)式并取  $\beta = \alpha$ , 得到  $r = \frac{1}{4}$ 。即主断裂长度与次一级断裂长度之比为1比 $\frac{1}{4}$ 。由于断裂系统具有很强的自相似结构,各相邻层次断裂长度之比均可取1比 $\frac{1}{4}$ ,即标度为 $\frac{1}{4}$ 。

假设主断裂数目为1,那么由(3)式,  $M_1 = a/b$ ,  $M_2 = a/b - 1.2$ ,于是可以得到次一级断裂的数目  $N_2$ :

$$\lg N_2 = a - bM_2 = 1.2b. \quad (5)$$

这就是说当  $\Delta M$  取定之后,一个断裂系统次级断裂数目仅与  $b$  值有关。

根据上述情况,我们设立两种模型——前震模型和余震模型。表1和表2给出了两种分维模型,表中  $R_m$  是地震断裂系统中次级断裂矩之和与主断裂矩之比。

由表1和表2可以看到,前震系统和余震系统的差异主要在于,前震系统缺少低层次断裂( $N=4$ ),而余震系统低层次断裂比较丰富( $N=8$ ),故前震系统有较低的分数维,而余震系统有较高的分数维。换言之,前震系统要简单一些,余震系统要复杂一些。

图1是前震系统和余震系统的理论b值曲线与实际震例比较，表明上述两种模型基本符合实际情况。

表1 前震分数维模型

层次 n	断裂长 L	断裂数 N	总数 N <sub>t</sub>	L <sup>3</sup>	NL <sup>3</sup>	D值	b值	R <sub>m</sub>
/	/	/	/	/	/			
2	1/4	4	5	(1/4) <sup>3</sup>	(1/4) <sup>2</sup>			
3	(1/4) <sup>2</sup>	4 <sup>2</sup>	21	(1/4) <sup>6</sup>	(1/4) <sup>4</sup>	1.0	0.5	0.07
⋮								
n	(1/4) <sup>n-1</sup>	4 <sup>n-1</sup>	$\sum_{i=1}^n 4^{i-1}$	(1/4) <sup>3(n-1)</sup>	(1/4) <sup>2(n-1)</sup>			

表2 余震分数维模型

层次 n	断裂长 L	断裂数 N	总数 N <sub>t</sub>	L <sup>3</sup>	NL <sup>3</sup>	D值	b值	R <sub>m</sub>
/	/	/	/	/	/			
2	1/4	8	9	(1/4) <sup>3</sup>	(1/8)			
3	(1/4) <sup>2</sup>	8 <sup>2</sup>	73	(1/4) <sup>6</sup>	(1/8) <sup>2</sup>	1.5	0.75	0.14
⋮								
n	(1/4) <sup>n-1</sup>	8 <sup>n-1</sup>	$\sum_{i=1}^n 8^{i-1}$	(1/4) <sup>3(n-1)</sup>	(1/8) <sup>(n-1)</sup>			

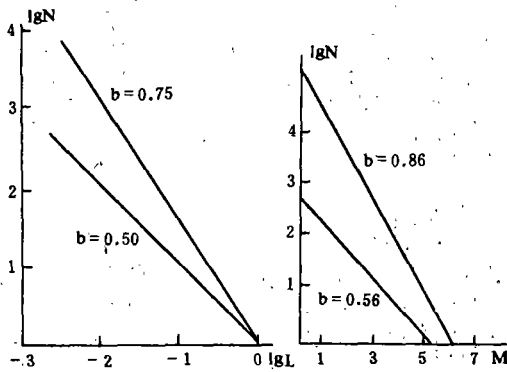


图1 前震和余震系统的理论b值与实际震例比较

a. 理论b值；b. 1975年2月4日海城7.3级地震<sup>(8)</sup>

Fig. 1 The contrast between theoretical b value and practical b value of foreshock and aftershock system

### 三、分数维和地震矩不均衡度在地震预报中的应用

#### 1. 分数维D值

已经证明，分数维  $D=2b^{(9,5,10)}$ 。

图2给出了一些大震前分数维D的变化情况。由图2可以看到，在一些大地震发生之前，分数维呈现较长时间的低值，而在地震临近时呈现较复杂的变化。值得指出的是，从分形观点看，在计算b值或D值时震级间隔 $\Delta M$ 的选取不应该是人为的，而应该是客

观的。此外，以往在采用最小二乘法累计频次求  $b$  值时，在给定的震级限内仅统计地震次数，不考虑地震大小。按分形的观点，考虑不同震级地震的贡献，可能更合理一些。

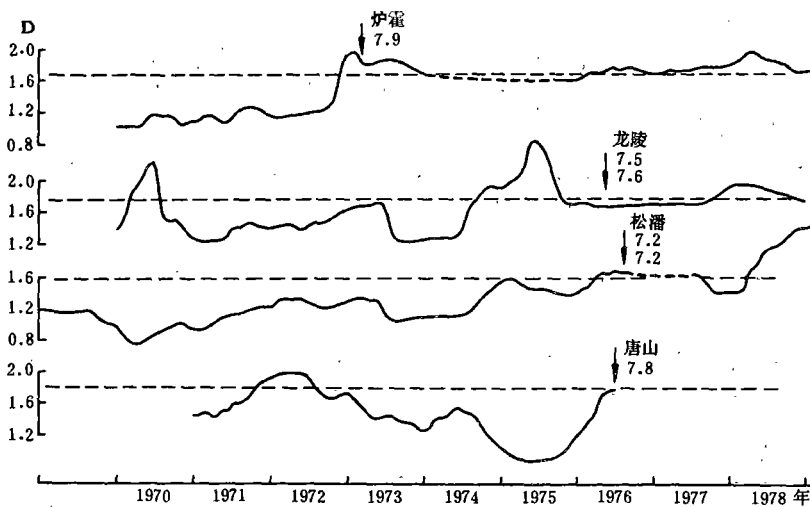


图2 一些大地震前的分数维变化

Fig. 2 The curves of fractal dimension  $D$  versus time before and after some great earthquakes

## 2. 地震矩的不均衡度

表1和表2中的参数  $R_m$  是次级断裂矩之和与主断裂矩之比。对比表1和表2可以发现，余震系统的  $R_m$  比前震系统大1倍，超过  $b$  值和  $D$  值的变化量，因之  $R_m$  在地震前的异常可能更明显。

在正常情况下，各次级断裂矩之和与主断裂矩之比保持一个定值，这时地震矩是均衡的。当大地震发生之前，系统偏离稳定态，这时发生的前震序列就缺少相应的低层次地震，这时地震矩呈现不均衡状态。定义一个描述地震断裂系统地震矩的不均衡程度的量  $M_d$ ，

$$\begin{aligned} M_d &\equiv 1 - R_m \\ &= 1 - \left( \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^N M_{0ij} \right) / M_{01} \end{aligned} \quad (6)$$

式中  $M_{01}$  为主断裂矩， $M_{0ij}$  为第  $i$  层次第  $j$  个断裂矩。假设平均应力降与地震大小无关，将

$$E = \Delta \sigma M_0 / 2\mu \quad (7)$$

代入(6)式，且对所有余震不分层次求和，则(6)式变为：

$$M_d = 1 - \left( \sum_{i=2}^n E_i \right) / E_1 \quad (8)$$

$E_1$  为主震释放的能量， $E_i$  为第  $i$  个地震释放的能量。

需要说明的是，由于一个断裂系统主断裂及次级断裂的分布范围及其地震活动持续时间难以确定，另外在地震记录中对小震遗漏过多也会造成误差，所以，直接使用(8)式

是有困难的,需要采用统计方法。

我们使用时空扫描方法来计算  $D$  值和  $M_a$  值。扫描时,时间窗取为 1 年,移动步长取为 1 个月;空间窗取成  $2^\circ \times 2^\circ$ ,移动步长为  $1^\circ$ 。在每个扫描单元中挑选出最大的地震作为“主震”,其余地震作为“余震”。起始震级视台网监测能力而定。时空窗的选取应当考虑地震的强度和地震活动时间长短。但是,由于在计算中有一定困难,所以,在扫描中对不同震级的“主震”采用了同一尺度的时空窗,其结果不尽合理,但在统计上是有意义的。正因为这样,  $M_a$  的异常值标准不能直接使用理论结果得到,而应该针对具体地区从震例总结中得到。实际上,由于不同地区介质条件、应力水平不完全相同,因此断裂的分形情况也不一样,可能不存在同一的异常标准值。

图 3 给出 1973 年炉霍 7.9 级地震、1976 年龙陵 7.6 级地震、1975 年海城 7.3 级地震、1976 年唐山 7.8 级和 1976 年松潘 7.2 级地震发生前后地震矩不平衡度  $M_a$  的变化。图 4 给出 1986 年门源 6.4 级地震前后  $M_a$  的变化。图 5 至图 8 分别给出海城地震、唐山地震、松潘地震及门源地震前后  $M_a$  的空间变化。

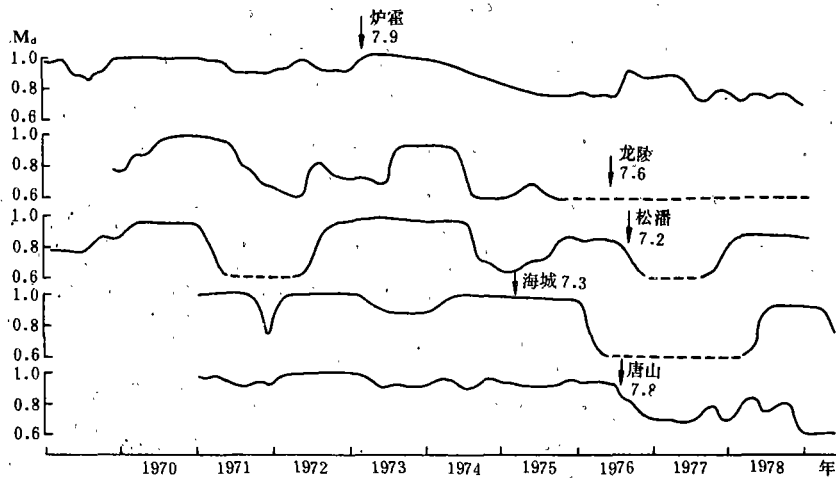


图 3 一些大地震发生前后地震矩不平衡度  $M_a$  随时间变化。

Fig. 3 The curves of non-balanced degree of seismic moment versus time before and after some great earthquakes

由图 3 和图 4 可以看到,在大地震发生之前几年,  $M_a$  值就出现高值异常,表明断裂系统的地震矩变得不平衡。有的地震异常过程中  $M_a$  值虽然有起伏,但呈现异常的时间是主要的。图 3 中的几次大地震孕震时间都比较长,但由于资料比较短,从图中看不到异常出现之前的情况。从理论上讲,在异常出现之前  $M_a$  应处于低值。图 4 给出的 1986 年门源 6.4 级地震的异常较为明显,在正常情况下  $M_a$  处于低值,在异常情况下  $M_a$  处于高值,震后又恢复到低值。

由这些震例还可以看到,异常幅度与地震大小无关。按照分形理论,地震矩的不平衡度只与分形的情况有关,即只与  $D$  值有关。在同一个地区,不论地震大小分形情况是一样

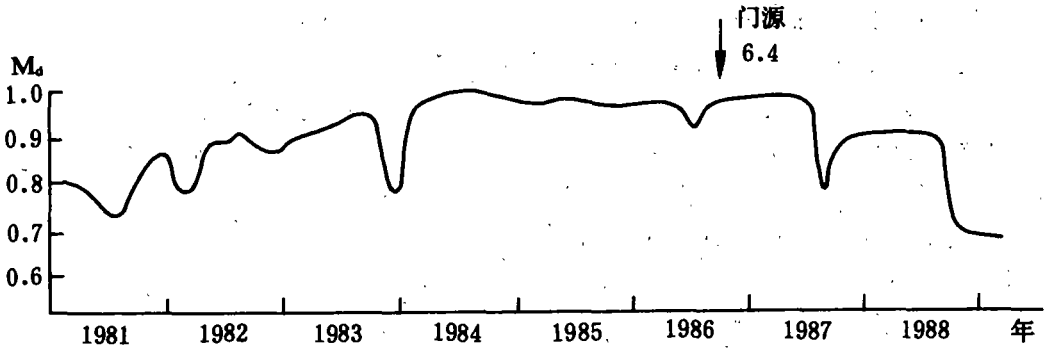


图4 1986年8月26日青海门源6.4级地震前后地震矩不平衡度  $M_d$  的变化  
 Fig. 4 The curves of non-balanced degree of seismic moment versus time before and after the Menyuan earthquake (August 26, 1986,  $M=6.4$ )

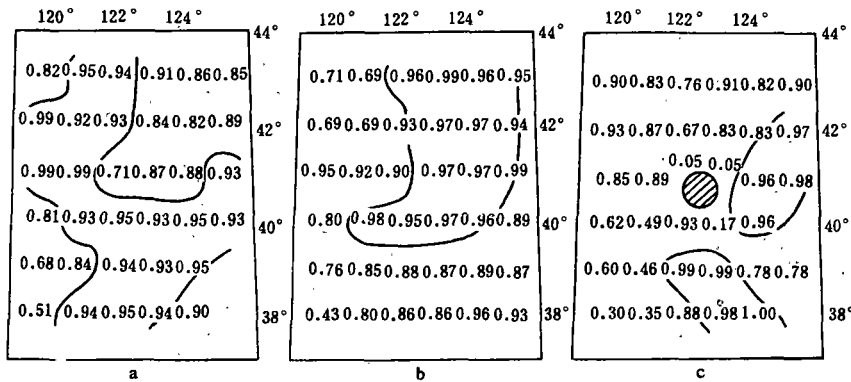


图5 1975年2月4日海城7.3级地震  $M_d$  空间变化  
 a. 1973年1月—1974年1月; b. 1974年2月—1975年1月; c. 1976年2月—1977年1月

Fig. 5 The spatial change of non-balanced degree of seismic moment of the Haicheng earthquake (February 4, 1975,  $M=7.3$ )

的。因此  $M_d$  的异常幅度与地震大小关系不大。但对于不同地区，正如前面所说，由于介质的性质和应力水平不尽相同，同样震级的地震其  $D$  值可能不同，因而  $M_d$  的异常值也可能不同。

由图5至图8可以看到，在大地震发生前后地震矩不平衡度  $M_d$  的空间变化是比较明显的。在大地震发生之前2—4年，首先出现大范围的  $M_d$  异常，大约在震前1年内，异常区逐渐缩小，出现异常集中现象，大地震就发生在集中区内或边缘上。地震之后，震中区附近异常逐渐消失，其它地方也可能还保留一些零散的小范围的异常区。

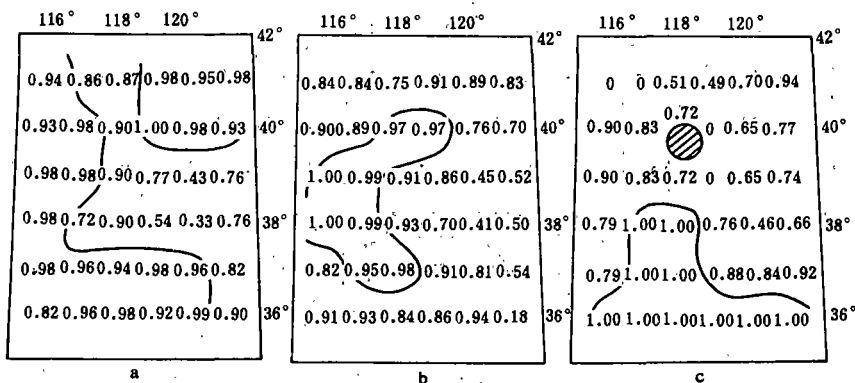


图6 1976年7月28日唐山7.8级地震  $M_0$  空间变化  
 a. 1974年7月—1975年6月; b. 1975年7月—1976年6月;  
 c. 1976年8月—1977年7月

Fig. 6 The spatial change of non-balanced degree of seismic moment of the Tangshan earthquake (July 28, 1976,  $M=7.8$ )

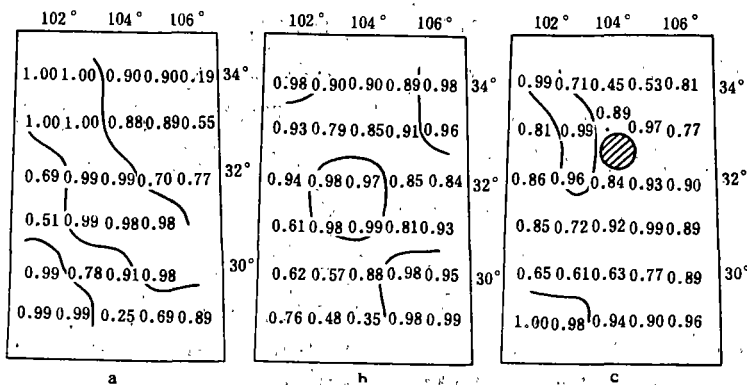


图7 1976年8月16日松潘7.2级地震  $M_0$  空间变化  
 a. 1974年8月—1975年7月; b. 1975年8月—1976年7月;  
 c. 1977年1月—1977年12月

Fig. 7 The spatial change of non-balanced degree of seismic moment of the Songpan earthquake (August 16, 1976,  $M=7.2$ )

#### 四、讨论与结论

1. “地震矩不均衡度”的物理意义是明确的，它可以作为预报地震的一项指标。在具体应用时，由于受到资料和计算方法的限制有些结果不十分理想，还需要进一步研究。文

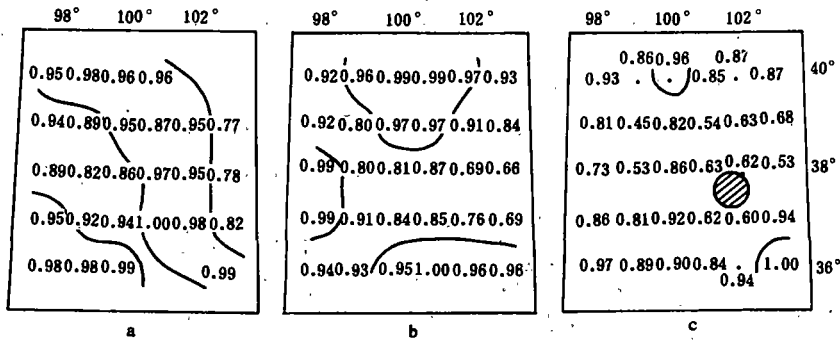


图8 1986年8月26日门源6.4级地震 $M_d$ 空间变化  
a. 1985年1月—1985年12月; b. 1985年8月—1986年7月; c. 1986年9月—1987年8月

Fig. 8 The spatial change of non-balanced degree of seismic moment of the Menyuan earthquake (August 26, 1986,  $M=6.4$ )

中给出的只是我们常用的一种扫描方法, 还需进一步改进。

2. 根据 $M_d$ 异常预报发震时间是比较困难的。从理论上讲, 一般情况下只有主震发生之后, 地震矩不平衡度 $M_d$ 值才能恢复到正常值。所以只能根据已存在的异常持续时间进行动态预报, 即用慢变化资料进行长期预报, 用快变化资料进行短期预报。一些突然变化资料则可能用于临震预报。总之, 资料的时间尺度和预报的时间期限应该相适应, 并且依据条件变化对预报意见随时进行修正, 这样就有可能取得较好的预报效果。

(本文1991年12月24日收到)

### 参考文献

- [1] Aki, K., 断裂力学物理模型在地震预报中的应用, ISCEP 论文集, pp. 403—408, 地震出版社, 北京, 1984.
- [2] King, G., The accumulation of large strains in the upper lithosphere of Earth and other solids by self similar fault system; the geometrical origin of  $b$  value, PAGEOPH, Vol. 121, No. 5/6, 761—815, 1983.
- [3] Okubo, P. and K. Aki, Fractal geometry in the San Andreas fault system, J. Geophys. Res., Vol. 92, No. B1, 345—355, 1987.
- [4] Avila, C. A. and C. H. Scholz, Fractal analysis applied to characteristic segments of San Andreas fault, J. Geophys. Res., Vol. 92, No. B1, 331—344, 1987.
- [5] 陈顺, 探索地震前兆的复杂性, 分形与分维在地球科学中的应用, 26—29, 学术期刊出版社, 北京, 1988.
- [6] 彭成斌、陈顺, 地震中的分形结构, 中国地震, Vol. 5, No. 2, 19—26, 1989.
- [7] Mogi, K., The relation between the duration of long term precursors and the magnitude of subsequent earthquake, Tectonophysics, Vol. 142, 163—172, 1987.
- [8] 吴开统、岳明生, 海城地震序列特征, 地球物理学报, Vol. 19, No. 2, 1976.
- [9] Aki, K., A probabilistic synthesis of precursory phenomena, in earthquake prediction; An international review, Maurice Ewing Ser., Vol. 4, 566—574, AGU, Washington, D. C., 1981
- [10] 姚立勋, 地震断裂系统的分形维和地震预报方法探讨, 国际地震动态, No. 3, 13—16, 1991.

(下转 37 页)



## MODIFIED MAGNITUDE-FREQUENCY RELATIONSHIP AND ITS APPLICATION TO SOME SEISMIC ZONES

Cheng Erlin

*(Seismological Office of Yancheng City, Jiangsu Province)*

### Abstract

In this paper,  $b$  values of some seismic zones were calculated by means of modified magnitude-frequency relationship  $\log N = b_1 + b_2 M + b_3 M^2$ . The results show that modified magnitude-frequency relationship improved likelihood precision remarkably. The residual of modified magnitude-frequency relationship was reduced 5.5 times maximally as against traditional G-R relationship. Upper magnitude of seismic zone was obtained conveniently. If there are enough time-length data, obtained upper magnitude will be rather satisfactory.

**Key Words:** Magnitude-frequency Relationship; Likelihood Precision; Upper Magnitude

---

(上接 32 页)

## FRACTAL OF SEISMIC FRACTURE SYSTEM AND ITS APPLYING IN EARTHQUAKE PREDICTION

Yao Lixun, Yu Xuejun

*(Seismological Bureau of Zhejiang Province, Hangzhou, China)*

### Abstract

The fault systems of earthquake are non regular whether in laboratory test scale or in geologic scale, which have self similar structure. After a earthquake, the slip function of seismic fault reached the largest value in the middle segment of fault and reduced to the smallest value in two ends of it. The remainder strain caused by the mainshock was gradually adjusted by the faults of aftershock, which have different scales and different directions. The seismic fracture system formed by the mainshock and aftershocks has shown the fractal character.

Two structure models of foreshock and aftershock system have reported in this paper. Based on this result the non-balanced degree of seismic moment in a seismic fracture system has been defined. It is found that before some strong earthquakes the fractal dimension and the non-balanced degree of seismic moment show temporal and spatial changes. The applying of fractal dimension and non-balanced degree of seismic moment in earthquake prediction are discussed.

**Key Words:** Non-balanced Degree of Seismic Moment; Fractal; Earthquake Fault