

节理岩体断裂的分形机理研究^{*}

杨太华

(同济大学, 上海 200092)

摘要 本文在考察了节理化岩体的断裂力学特征的基础上, 结合现代分形几何原理, 建立起追踪裂纹断裂分形模型, 对不连续岩体的断裂韧性的分形效应进行了深入研究, 并通过压剪试验得到验证。

主题词: 岩体变形 断裂演变 分数维 模型模拟

1 前言

地震工程研究的重点之一是确定岩体的强度特性。利用 Griffith 裂纹失稳判据, 可以确定均质脆性材料破坏时的断裂韧性, 但是对于象节理化损伤岩体这样的非均质材料, 必须提出一种更为合理的断裂韧性模型。在这方面分形几何理论将有助于确定更为合理的相应判据。

分形几何理论由法国著名数学家 Mandelbrot 所创立, 自引入地震科学领域后, 已经取得令人瞩目的成就。实际上, 任何结构(或系统)的不规则性复杂现象, 都可以归结为某一物理、力学等环境中的产物, 因此, 分形分维实际揭示的是该结构(或系统)的物理性质或某一规律性。

鉴于节理岩石质材料的断裂韧性直接关系到工程建筑的安全性和造价, 在前人工作的基础上, 我们运用脆性断裂力学的一些理论和方法, 对节理化岩体断裂规律及其分形几何特征进一步进行研究。

2 节理化岩体的分形模型

对于天然岩体, 一个重要的特征就是发育着不同级别、不同方向和不同序次的节理裂隙构造, 有大到几米、几十米甚至几公里的规模, 小到显微镜下都能见到的微裂纹。这种结构面主要是岩石经受长期构造应力作用后留下的遗迹, 它们决定着工程岩体的强度性质。

粗看起来, 这些节理构造似乎杂乱无章, 但是只要仔细观察, 就会发现, 它们是按某一方向或某几个方向成组出现, 而且相互交错(图1)。经过分期配套⁽³⁾, 可以归结为几组不同的节理组合(部分断续出现), 每一组指示经受同一地质时期、同一构造应力场的作用, 这种岩石一般具有相同的力学性质。如果把这种岩石视为具有损伤节理裂纹的脆性材料, 那么岩体的断裂就是节理型裂纹的扩展所致。对岩石的实际观察⁽³⁾表明, 大部分的裂纹并不是分叉扩展的, 而是追踪某一组共轭节理发育而成, 我们把这种节理岩体的破裂机制称为追踪裂纹断裂

* 本文为杨太华博士论文的一部分。

(图2)。

考察一条追踪裂纹,取其中一个子单元(图2),按照分形几何自相似原理^[1],可以把一条大的追踪裂纹断裂视为这一单元的整体放大,而它们的性质不会改变。这个追踪裂纹单元叫分形元,我们用线性分形来模拟这种非规则几何现象,建立起图2的追踪裂纹分形模型。

由自相似原理:

$$N = 2, \quad \frac{1}{r} = \cos \frac{\pi\beta}{2} \quad (1)$$

按图得: $D_f = \log 2 / \log (2 \cos \frac{\pi\beta}{2}) \quad (2)$

式中 N 为生成物数, r 为相似比, D_f 为分形维。式(2)表明,节理化岩石脆性材料的破坏强度与节理剪裂角具有密切关系,随着裂纹扩展角 $\pi\beta$ 的增加,分维数呈渐渐递增的趋势,这主要表现在整个脆性材料系统断裂与裂纹扩展间存在统计自相似性,显然与断裂力学原理一致。

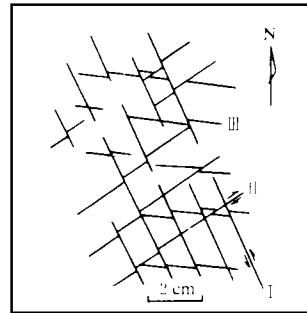


图1 云南个旧组大理岩中节理组合

Fig. 1 The joint combination in the marble of Gejiu formation of Yunnan.

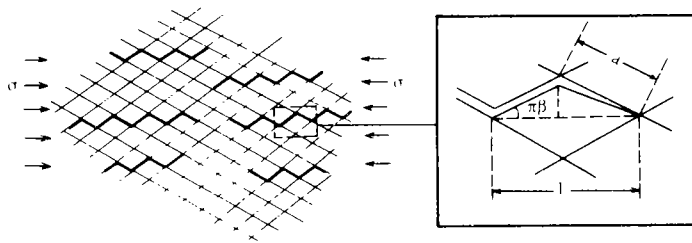


图2 追踪裂纹断裂分形模型

Fig. 2 The fractal model about the fracture of tracing crack.

3 节理岩体断裂韧性的微结构效应

Ritch Rnott 和 Rice 用 HRR 奇异场^[4]

$$\frac{\sigma_1(r, 0)}{\sigma_r} = \bar{\sigma}_0(0) \left(\frac{1-\nu^2}{aIN} \right)^{\frac{1}{N+1}} \left[\frac{r}{(k/\sigma_r)^2} \right]^{-\frac{1}{N+1}} \quad (3)$$

分析了粗晶粒软钢解理断裂 K_{Ic} 的实验结果,表明裂纹解理扩展的条件(即 $K_I = K_{Ic}$)是在距裂纹尖端一个特征距离 $r = x_0$ 内,并得出 RKR^[4]模型解理的 K_{Ic} :

$$K_{Ic} = \left\{ [\bar{\sigma}_0(0) \left(\frac{1-\nu^2}{aIN} \right)]^{\frac{1}{N+1}} \right\}^{-\frac{N+1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{\sigma_f^{\frac{N+1}{2}}}{\sigma_f^{(N-1)/2}} \quad (4)$$

式中 x_0 (即特征距离)与晶粒尺寸的大小有关。式(4)表明,脆性材料的断裂韧性直接与微观结构有关。

根据我们对某工程中断裂带方解石变形特征的研究^[3],也证明了这一点。实际上,岩石

断裂面的粗糙度本身就表明,节理裂纹的扩展是其微结构和荷载及其它因素的综合反映。Irwin把 $A_{实}=[L(\epsilon)/L_0(\epsilon)]_{A_0}$ 推广为 $G_c=2[L(\epsilon)/L_0(\epsilon)]_{\gamma_0}$,这里 $A_{实}$ 为实测断面面积, A_0 为实测宏观几何量测值, γ_0 为宏观表面能, L 为晶粒尺寸,考虑分形效应可得:

$$G_c=2\gamma \cdot l^{(1-d_f)} \tag{5}$$

谢和平根据这一规律提出了岩石沿晶断裂、穿晶断裂及其耦合断裂分形模型^[5]。从而揭示出岩石的微结构效应。对于节理化岩石材料来说,其中结构面并不总是连续贯通的,大部分处于断续延伸状态,即存在岩桥和节理充填物胶结结构状态,其强度比结构面大得多,因此,微结构效应就显得更为突出。

由断裂力学原理,断裂韧性与裂纹扩展力存在如下对应关系^[6]:

$$K=A \sqrt{G} \tag{6}$$

按追踪裂纹分形模型有

$$K=A \sqrt{G_0} \cdot \sqrt{l^{(1-d_f)}}=K_0 \cdot l^{\frac{1}{2}(1-d_f)} \tag{7}$$

G_0 和 K_0 分别为没有考虑追踪裂纹分形效应的扩展耗散能和断裂韧性。

整理式(2)和(7),两边取对数:

$$\begin{aligned} \log(K/K_0) &= \frac{1}{2}(1-d_f)\log l \\ &= \frac{1}{2}[1-\log 2/\log(2\cos\frac{\pi\beta}{2})]\log l \end{aligned} \tag{8}$$

由上式,我们作出不同晶粒尺寸的岩石断裂韧性随 $\pi\beta$ 值变化的曲线(图3)。

式(8)表明岩石断裂韧性除了微观结构的影响外,还与其内部的分形有关,它们成对数线性关系。由图3可以看出,随着裂纹扩展角的增加,断裂韧性的相对值呈两种增加趋势,在 $\pi\beta \leq 40^\circ - 50^\circ$ 范围内,增加缓慢,表明裂纹扩展破裂所需要耗散的能量较低,岩石极易破裂;在 $\pi\beta > 40^\circ - 50^\circ$ 的范围内,随 $\pi\beta$ 的增加,断裂韧性的相对值迅速提高,表明裂纹扩展所需要耗散的能量就愈高,材料愈来愈难以破裂,这与岩石的剪切破坏准则一致。另一方面,岩石晶粒愈细,其变化也更加显著,因而所需要耗散的扩展能也高,断裂不易发生。反之,所需扩展能低,断裂易于发生。

4 宏观裂纹断裂韧性的分形效应

G. P. Cherepanov 等从裂纹顶端存在杂质、空隙等而引起裂纹成核、扩展来探讨使应力强度因子增大的机理^[6],而另一些学者^[5]从裂纹分叉的非规则性来研究断裂韧性的规律。对于节理化岩石材料来说这两个方面都应该加以考虑。宏观裂纹的非规则几何性的物理实质,是由内部微结构引发的,这种裂纹的扩展过程比较复杂,考虑到工程中大部分处于压剪状态,因此,其应力强度因子应采用复合断裂模型。

Hussain 等研究了 I - II 型复合加载的应变能释放率,并总结出总的应变能释放率 $G(\theta)$ 为裂纹扩展角的函数:

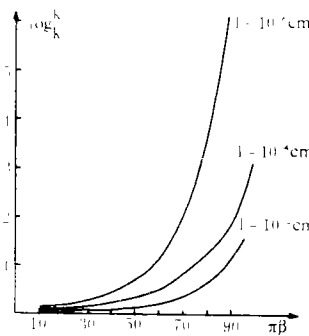


图3 $\log(K/K_0)$ 和晶粒尺寸与 $\pi\beta$ 的关系曲线

Fig. 3 The $\log(K/K_0)$ - $\pi\beta$ curve for different sizes of crystal grains.

$$G(\theta) = A[(1 + 3\cos^2\theta)K_I^2 + 8\sin\theta\cos\theta K_I K_{II} + (9 - 5\cos^2\theta)K_{II}^2] \quad (9)$$

其中

$$A = \frac{A}{E} \left(\frac{1}{3 + \cos^2\theta} \right)^2 \left(\frac{1 - \theta/\pi}{1 + \theta/\pi} \right)^{\frac{6}{\pi}}$$

在此基础上,Smith 应用复变函数进一步解出裂纹扩展角的关系式:

$$K_{Smith} = \sqrt{2} \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right)^{-\frac{6}{\pi}} \cdot K_0 \quad (10)$$

按照节理化岩石追踪裂纹的分型模型,以 r 为尺码,有关系式:

$$G = \left(\frac{1}{r} \right)^{(d_f - 1)} \cdot G_0 \quad (11)$$

则

$$K = \left(\frac{1}{r} \right)^{\frac{1}{2}(d_f - 1)} \cdot K_0 \quad (12)$$

将 $d_r, \frac{1}{r}$ 的值代入(不考虑微结构效应)得

$$K/K_0 = \left[2\cos \frac{\pi\beta}{2} \right]^{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right)^{-1}} \quad (13)$$

将(10)及(13)式中的 K 和相似比 $\left(\frac{1}{r} \right)$ 随 $\pi\beta$ 的变化情况用图4表示。

图4给出了 K_{Smith}/K_0 和 K_I/K_0 两种计算式中随 $\pi\beta$ 的变化,断裂韧性的变化趋势。可见 K_{Smith}/K_0 曲线在约 40° 处有一极小值,因而整个曲线表现出一定的波动性,当考虑了节理裂隙的分形以后, K/K_0 则表现出单调递增性。也就是说如果按照Smith的观点,追踪裂纹的扩展所需要耗散的能量,将随扩展角的增加而呈波动变化,这是不符合实际的。而从分形的角度来分析,追踪裂纹的扩展随 $\pi\beta$ 的增大,其所耗散的能量呈单调增加,即 $\pi\beta$ 愈大,则追踪裂纹断裂愈来愈困难,与微结构效应一致。

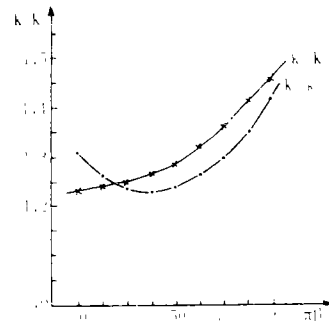


图4 K/K_0 与裂纹扩展角 $\pi\beta$ 的关系曲线

Fig. 4 The relationship between K/K_0 and angle of crack growth ($\pi\beta$).

5 实测结果分析

某水利工程环境由玄武岩、片麻岩和石英岩组成,地质构造复杂。通过现场观察和试样分析知,尽管其岩石力学强度较高,但由于受早期构造应力的多次改造,节理裂隙发育,并呈现出统计分布规律。图5是对取自玄武岩层、片麻岩层和石英岩层三块岩样的剪切断面,由于岩石沿追踪裂纹扩展,其断面表现出粗糙度明显的不一致性,显然与岩石本身的力学性质有关。

考虑到节理裂隙与受力方向的关系,统计出其中密切相关的两组节理裂隙的交角($\pi\beta$)的值,并测得其剪切变形模量,分别按 Smith 公式和追踪裂纹分型模型,求出它们的韧度系数(K/K_0)(表1)。

测试结果表明:(1)节理岩石的韧度系数的理论值(K_s/K_0)明显地普遍高于实测值(K_I/K_0);(2)随 $\pi\beta$ 角的增加, K_s/K_0 值显著降低,而 K_I/K_0 值呈缓慢变化的趋势;(3)断面分维明显与岩石性质有关,变形模量愈大,分维值也大。这一结果刚好与图4的非规则几何效应曲线一致。

6 结语

表1 玄武岩、片麻岩和石英岩试样剪切断裂参数统计

试样编号	$\lg 0$	θ°	K_{Smnb}/K_0	K_r/K_0	D	E_0 (GPa)
Basalt-1	0.338	18.675	1.2646	1.0710	1.2468	100-130
Basalt-2	0.451	24.275	1.2476	1.1275	1.5297	70-100
Gneiss-1	0.153	8.699	1.3160	1.0145	1.0432	39.5
Gneiss-2	0.258	14.467	1.2823	1.0412	1.1320	15.0
Quartzite-1	0.149	8.475	1.3175	1.0137	1.0409	29.6
Quartzite-2	0.196	11.089	1.3004	1.0237	1.0726	11.7

天然岩体的节理裂隙是地质历史时期构造应力作用留下的遗迹,它们成组有规律地展布,这种具有损伤节理裂隙的岩体符合断裂力学原理,其破坏机制表现为追踪裂纹断裂。这一特征主要表现在其内部的非规则几何性上,因此我们建立起了追踪裂纹断裂的分形模型。从节理化岩石质材料的微观结构上看,主要表现出一定的晶粒尺寸范围内,随着颗粒尺寸的增加,其断裂韧性逐步降低的规律。在宏观裂纹的扩展中,随裂纹扩展角的增大,其断裂韧性不断提高,并通过节理化岩块测试分析得到证明。研究结果表明,裂纹非规则性是岩石材料内部物理力学、变形破坏、微结构效应的综合反映,这种非规则性在分形几何上得到较好的模拟。

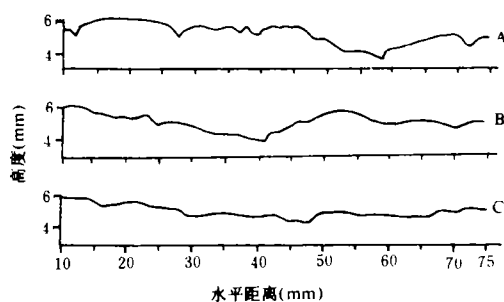


图5 岩样剪切断裂剖面图

A. 玄武岩; B. 片麻岩; C. 石英岩

Fig. 5 The shear fracture sections of the rock samples.

a. Basalt; b. Gneiss; c. Quartzite

作者对导师——中国科学院院士孙钧教授的指导表示衷心感谢。

(本文1994年3月15日收到)

参考文献

- 1 Mandelbrot B B. Fractal geometry of nature. San Francisco, W. H. Freeman and company press, 1983
- 2 杨太华. 黔南普渡河流域地貌水系的分形分维研究. 贵州科学, 1992, 10(1): 60-66
- 3 杨太华. 云南个旧东区北部主要断裂中方解石变形的初步研究. 云南地质, 1990, 增刊, 80-88
- 4 Ritche R O, Knott J F, Rice J R. J. Mech Phys. Solids. 1987, 21, 233
- 5 谢和平. 分形几何及其在岩土工程中的应用. 岩土工程学报, 1992, 66(1), 14-24
- 6 Cherepanov G P. Mechanics of Brittle Fracture. New York, McGraw-Hill International Book Company Press, 1979

(下转22页)

APPLICATION OF THE METHOD OF THIN LAYER APPROXIMATION IN 3-D
MT SURVEY ON THE STUDY OF EARTHQUAKE PREDICTION

Feng Xiaojuan

(*Xi'an University of Science and Technology on Architecture, Xi'an 710054*)

Abstract

This paper deals with the application of the thin layer approximation in 3-D MT presented by S. Park, in the interpretation of the repeated measurements in fixed MT points in the boundary area between Gansu and Qinghai Provinces. The results reveal the good prospect of applying the thin layer approximation in MT measurements in the condition of complex structure. The program made on the basis of the theoretical aspect of the approximation with high accuracy is applicable.

Subject words: Three-dimensional model, Numerical simulation, Telluric electromagnetic sounding, Hexi corridor seismotectonic zone

(上接第14页)

STUDY ON FRACTAL MECHANISM OF FRACTURES
IN JOINT ROCK MASS

Yang Taihua

(*Tongji University, Shanghai 200092*)

Abstract

This paper established tracing cracking fractal model by combining with the principle of fracture mechanics of rock mass and based on analyzing the fracture mechanics features of rock mass, probed into the fractal effect of the fracture toughness of discontinuous rock mass, and verified the model through press-shear test.

Subject words: Rock mass deformation, Fracture evolution, Fractal dimension, Model simulation