

# 裂隙的弹性耦合模型及应用

刘 旭

(国家地震局兰州地震研究所, 兰州 730000)

李最雄 王旭东

(敦煌研究院, 兰州 730000)

**摘要** 将裂隙视为两种半无限均匀介质经弹簧联结起来的应力连续而应变非连续的物理模型。依据平面波的传播理论提出由振幅比或裂隙耦合动刚度表示裂隙的粘合程度。推导了裂隙两侧地震波振幅的比值与裂隙耦合动刚度的关系。最后介绍了该项研究在对敦煌榆林窟崖体裂隙灌浆效果进行的人工地震检测中的应用情况。

**主题词:** 裂隙 物理模型 人工地震观测 耦合 敦煌石窟

## 1 前言

裂隙是工程地质学,地震学领域最关注的问题之一。在地质学方面,断层与裂隙的耦合性质影响着地震波的形状。在进行理论地震图的计算时,如果不考虑裂隙的耦合性质,那么,当裂隙两侧岩性一致时,就无法反映出裂隙的存在。这也给地震波的反演工作造成困难。

在工程地质方面,裂隙是建筑物及地基的破坏因素之一。各类岩体或建筑物内的裂隙无疑会对生命、财产安全构成威胁。有些裂隙间充填物质已十分密实并将两侧牢固地结合成为一个整体,但有些张性裂隙间充填物质却十分疏松,其粘合程度也直接影响着岩体或建筑物的稳定性。

一些古代石窟,如甘肃的莫高窟、榆林窟、麦积山,四川的大足石刻,河南的龙门石窟等,它们的壁面、雕像是蕴含着我国古代灿烂文化的无价之宝。但是,这些石窟大多开凿在砂、砾石岩体上,并已产生了许多裂隙。为此,我国近年来开发了崖体裂隙灌浆的加固技术。灌浆材料和工艺的不同,又制约着灌浆的效果,那么有必要对灌浆的效果进行评价。

确定断层、裂隙的空间位置和几何形态的物探方法较多。但上述问题的关键在于如何表示裂隙间的耦合性质。换言之,即能否合理地找到一些物理参数来反映裂隙两侧被粘合的程度。当然,对裂隙取样做强度实验是最直观的,但这是破坏性试验,而且取样点数不可能很多,何况,在某些情况下(如卵石崖体的裂隙)取样极难。因此,我们开发了人工地震检测的方法。通过假定裂隙间的耦合为弹性耦合导出了耦合动刚度的概念。当耦合刚度从零至无穷大时,代表着裂隙从完全断开到完整岩体的各种粘合程度。本文还推导了裂隙两侧地震波振幅比与耦合刚度的关系,确定了测试工作的具体步骤。最后介绍了该方法在评价敦煌榆林石窟岩体裂隙灌浆效果中的应用情况。

## 2 测试工作的基本原理及弹性耦合模型

### 2.1 基本原理

从弹性波传播的理论来看,当两块岩体分开时,其中一块岩体的振动不能引起另一岩体的振动。当裂隙两边岩体只有在裂隙尖灭线  $O'$  以下相连(图1)时, S 的振动不能以直达波的形式

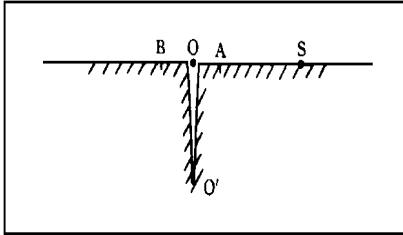


图1 裂隙及工作布置图

Fig. 1 A crevice and checking arrangement.

在时间  $t = SB/v$  到达 B 点, 式中  $v$  为地震波速, 即此时 B 点的振幅为零。当裂隙虽然充填粘合, 但粘合的不好时, 相当于存在一部分未联结的点或小面积, 这些点或小面积仍将相应的能量反射回去, 它们不对 B 点的振动做出贡献, 从而使 B 点的振动幅值较小。这样, B 点的振动完全取决于振源 S 及裂隙面上的耦合情况。裂隙面上能够对 B 点初始振动

的前  $1/4$  周期做贡献的惠更斯子波源均在以  $\frac{1}{4}vT$  为半径的半圆形面积内,  $T$  为初始振动的周期。这一半径就决定了探测方法的有效深度。归纳起来, 当裂隙未完全断开时, 裂隙两侧初始振动的振幅比 C 应成为判别裂隙耦合性质的一个标准。

### 2.2 裂隙两侧的波动方程解

设裂隙两侧的岩性相同(图2), 入射地震波 P 垂直于裂隙面 O, 产生反射波  $P'$  与透射波 P。

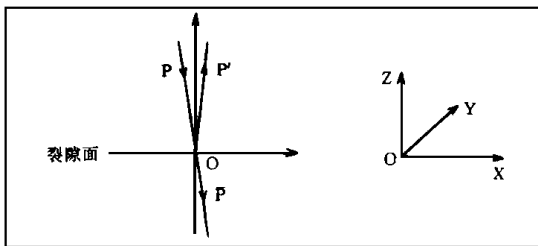


图2 裂隙面上的弹性波示意图

Fig. 2 The elastic wave on crevice surface.

根据文献[1], 在入射端, 位移势函数  $\Phi$  满足

$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 \Phi$ ; 在透射端, 位移势函数  $\Phi$  满足

$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = v^2 \nabla^2 \Phi$ 。由于 A、B 两点间距相对地震波长很小, 所以仅需考虑平面波的形式。这样, 势函数的解形式为

$$\Phi = Pe^{-i(\frac{\omega}{v}z + \omega t)} + P'e^{i(\frac{\omega}{v}z - \omega t)}$$

式中  $\omega$  为地震波频率(对于不同的地震波频率, 仅需对上式做积分, 但不影响以后的分析

结果, 故略去积分), 上式的第一项为入射波势函数, 第二项为反射波势函数。在透射端,

$$\Phi = Pe^{-i(\frac{\omega}{v}z + \omega t)}$$

现在, 考虑位移的  $z$  分量  $u_z$  和  $\bar{u}_z$ , 有

$$u_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -i \frac{\omega}{v} Pe^{-i(\frac{\omega}{v}z + \omega t)} + i \frac{\omega}{v} P' e^{i(\frac{\omega}{v}z - \omega t)} \quad (1)$$

$$\bar{u}_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -i \frac{\omega}{v} Pe^{-i(\frac{\omega}{v}z + \omega t)} \quad (2)$$

应变  $zz$  分量

$$e_{zz} = u_{z,z} = \frac{\omega^2}{v^2} Pe^{-i(\frac{\omega}{v}z + \omega t)} - \frac{\omega^2}{v^2} P' e^{i(\frac{\omega}{v}z - \omega t)} \quad (3)$$

$$\bar{e}_{zz} = \bar{u}_{z,z} = \frac{\omega^2}{v^2} Pe^{-i(\frac{\omega}{v}z + \omega t)} \quad (4)$$

### 2.3 应力—应变关系

根据文献[1], 在均匀介质中, 应力  $\sigma_{ij}$  为

$$\sigma_{ij} = \lambda\sigma_{ijekkk} + 2\mu\epsilon_{ij} \quad (5)$$

式中  $\sigma_{ij}$  为克罗奈克符号,  $\lambda, \mu$  为拉梅系数。

### 2.4 边界条件

将实际裂隙视为由弹簧耦合的裂隙

(图 3)。裂隙两侧应力连续, 即

$$\sigma_{ij/z=0} = \bar{\sigma}_{ij/z=0} \quad (6)$$

根据图 3 所示的弹性耦合模型, 应力的大小与与裂隙两侧的相对应变成正比, 因此

$$\sigma_{ij/z=0} = K(\epsilon_{ij} - \bar{\epsilon}_{ij})/z=0 \quad (7)$$

式中  $K$  被称为耦合动刚度。

### 2.5 $K$ 与振幅比的关系

将(3)、(4)式代入(5)式得出  $\sigma_{zz}, \bar{\sigma}_{zz}$

后, 再代入(6)式得:

$$P - P' = P \quad (8)$$

将(3)、(4)式代入(7)式并同乘  $-i \frac{v}{\omega}$  得:

$$-i \frac{\omega}{v} P e^{i\omega t} = \frac{K}{\lambda + 2\mu} \left( -i \frac{\omega}{v} P e^{-i\omega t} + i \frac{\omega}{v} P' e^{-i\omega t} + i \frac{\omega}{v} P e^{-i\omega t} \right) \quad (9)$$

将(9)式与(1)、(2)两式对比, 并令

$$u_z/z=0, t=s/v = B, \quad u_z/z=0, t=s/v = A$$

则  $B = \frac{K}{\lambda + 2\mu} (A - B)$  或  $K = \frac{1}{1 - \frac{B}{A}} \cdot \frac{B}{A} (\lambda + 2\mu)$ 。令  $\frac{B}{A} = C$  代表裂隙两端的振幅比, 则

$$K = \frac{C}{1 - C} (\lambda + 2\mu) \quad (10)$$

可以看出, 当  $C = 0$ , 则  $K = 0$ , 此时,  $\sigma_{ij/z=0} = \bar{\sigma}_{ij/z=0} = 0$ , 这是自由界面, 说明裂隙完全断开。当  $C = 1$ , 则  $K = \infty$ ,  $(\epsilon_{ij} - \bar{\epsilon}_{ij})/z=0 = 0$ , 裂隙间无相对应变, 这是完整的岩体, 无裂隙存在。当  $0 < C < 1$  或  $0 < K < \infty$  时,  $C$  值或  $K$  值均表示裂隙的粘合程度。这与 2.1 节的定性分析结果完全一致。

## 3 进行振幅比、耦合动刚度测试的具体步骤

### 3.1 仪器选择

应选择具有信号增强功能的浅层地震仪或数字式振动分析仪, 至少有 2 个以上的并行通道。应选用固有频率为 10~100Hz 的水平和垂直拾振器各两个以上, 它们必须经过严格的标定, 其性能完全一致且整机放大倍数相同。

### 3.2 测点布置

布置的方式见图 1。S 为人工震源。A、B 为裂隙 O 两侧拾振器。SO 距离应远大于 AB 距离。我们的经验是, 距离 SO 大于或等于 7 倍的 AB, 且 B-O-A-S 连线与裂隙面垂直。测点布置的原则是尽量使仪器接收到的信号不被测区内其它几何体的衍射波所干扰, 它们应该全

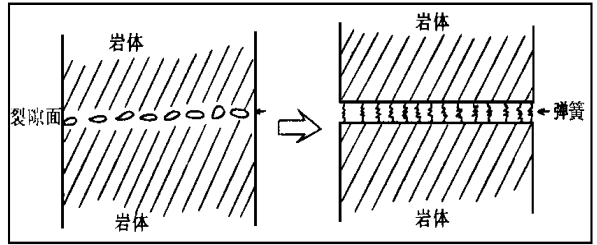


图 3 裂隙的弹性耦合模型

Fig. 3 The elastic coupling model of a crevice.

部都是震源信号及裂隙的衍射信号,即最大限度地提高信噪比。为此,A、B的位置必须离开其它几何干扰体一定的距离。以保证信号中初始振动脉冲的前1/4周期的波形不受干扰。这一距离正是 $Tv/4$ ,与探测的半径相同。拾振器的灵敏方向应与弹性波初始振动方向一致。

### 3.3 资料整理

A、B两拾振器的初始振动应几乎同时到达,并且振相完全一致。求取振幅比 $C$ 后,做几何扩散校正 $C^+ = C \frac{SA}{SB}$ 。如果拾振器灵敏方向有夹角,应做立体角校正。将 $C^+$ 代入公式(10)中,可求出耦合动刚度 $K$ 。但由于 $C$ 与 $K$ 是一一对应的关系,因此在评价粘合程度时可给出其中一个。

## 4 该模型在榆林窟岩体裂隙灌浆加固效果评价中的应用

榆林窟岩体为砂卵石,裂隙为垂向卸荷裂隙,地面裂隙宽1 cm左右,敦煌研究院对此裂隙作了灌浆加固,灌浆材料为PS胶。该材料固结后,其硬度、强度与岩体相近<sup>[2]</sup>。在灌浆前先用混凝土在地面对裂隙进行封闭,以避免浆液从地面涌出。在封闭裂隙后,分别于灌浆前和灌注的PS材料固结后进行两次人工地震检测工作。

### 4.1 14号窟甬道地面裂隙

灌浆前工作布置: $SO=2.2\text{m}$ ,  $AO=BO=0.075\text{m}$ ,记录见图4。A、B两个地震道的振动几乎同时到达,振幅比 $C=3.8$ ,说明在没有进行PS胶粘合前,岩体被裂隙分开了。现在B点的振动仅由封闭混凝土引起。灌浆后的工作布置: $SO=3.15\text{m}$ ,  $AO=BO=0.15\text{m}$ 。从图4可见,A、B两道初始振动脉冲的振幅基本相等,即 $C \approx 1$ ,说明裂隙两侧的岩体被牢固地粘合在一起了,两条波形基本上完全相同,这说明了无其它几何体的衍射干扰。

4.2 12号窟甬道地面裂隙

灌浆前的工作布置: $SP=2.35\text{m}$ ,  $AO=BO=0.15\text{m}$ ,记录见图5。振幅比 $C \approx 0$ ,经现场检查,仪器是好的,这是因为封闭混凝土有一端是粘在虚土上所致。经过PS粘合后的振幅比 $C \approx 1$ 。两条地震记录几乎相同,说明岩体已被很好地粘合在一起,保证了岩体的完整性。

### 4.3 13号窟甬道地面裂隙

工作布置: $SO=2.25\text{m}$ ,  $AO=BO=0.16\text{m}$ ,测试记录见图6。灌胶前 $C=0.33$ ,说明岩体被裂隙分开了。灌胶后A、B两道的波形相似,但 $C=0.15$ ,说明此点的灌胶效果极差,甚至连原来用混凝土封闭的连接效果都没达到。因为前面几个点均有封闭混凝土且裂隙分开时, $C$ 在 $0.33 \sim 0.44$ 之间,而这里在加固后却仅有 $0.15$ 。经调查,该点没有灌注PS材料,而仅用水泥砂浆灌注过。另外,在灌注前也没有清理裂隙,并且封闭用的混凝土也被刨去。由此得出以下结论:水泥砂浆在不清理裂隙时灌注,不能起到粘合裂隙的作用。

## 5 结束语

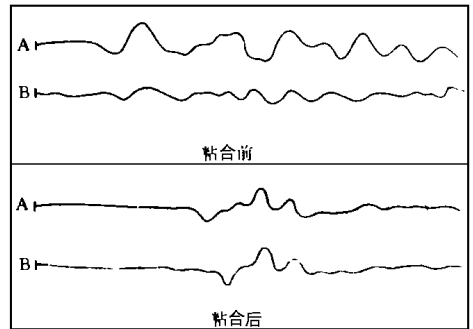


图4 14号窟甬道地面裂隙  
灌浆前后的测试曲线

Fig. 4 Records before and after grouting a crevice in the No. 14 grotto.

目前国内外关于无损检测裂隙粘合效果的报道很少。本文所述的原理尚有不少欠缺之处,

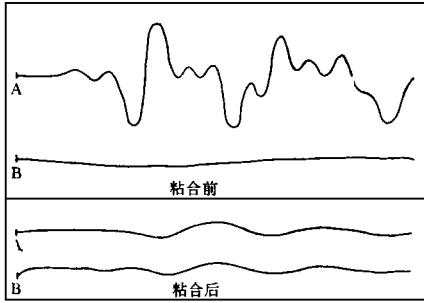


图5 12号窟甬道地面裂隙  
灌浆前后的测试结果

Fig. 5 Curves recorded before and after grouting  
a crevice in the No. 12 grotto.

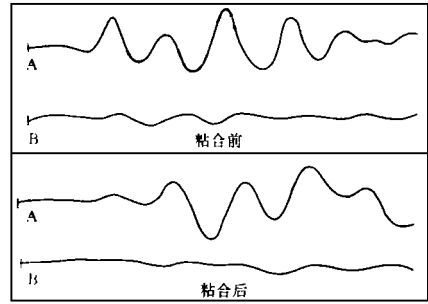


图6 13号窟甬道地面裂隙  
灌浆前后测试记录

Fig. 6 Records before and after grouting  
a crevice in the No. 13 grotto.

如没有考虑充填介质的质量等问题,还有待于进一步完善。在建立弹性耦合模型的边界条件时,受到日本 Murai 等提出的粘弹耦合模型的启发。

在榆林窟现场的测试工作是与兰州地震研究所李藩文高工一起完成的。兰州大学张明泉副教授、曾振中讲师给测试工作以支持和帮助。兰州地震研究所张振中研究员也给予全面的指导,作者对这些专家深表谢意。

### 参考资料

- 1 胡德绥. 弹性波动理论. 北京: 地质出版社, 1989.
- 2 李最雄. 李最雄石窟保护论文集. 兰州: 甘肃民族出版社, 1994.

## ELASTIC COUPLING MODEL OF CRACK AND ITS APPLICATION

Liu Xu

(Earthquake Research Institute of Lanzhou, SSB, Lanzhou 730000)

Li Zuixiong Wang Xudong

(Dunhuang Research Academy, Lanzhou 730000)

### Abstract

In this paper, a crack is thought to be a physical model in which two semi-infinite uniform media were connected by springs. The crack is of continuous stress and discontinuous strain. Based on propagation theory of plane wave, it is suggested that coherence in a crack could be indicated by the amplitude ratio or the coupling dynamic stiffness (CDS). The relation between CDS and the ratio has been deduced. The research is used to check the effect of grouting crevices in the Dunhuang Caves.

**Key words:** Crack, Physical model, Artificial seismic observation, Coupling, Dunhuang Caves