

## 无限弹性介质中隧道内爆炸动力响应的解析解

高广运<sup>1,2</sup>, 高盟<sup>1,2</sup>, 冯世进<sup>1,2</sup>

(1. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092;

2. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

**摘要:**基于圆柱形薄壳结构理论,建立爆炸荷载作用下隧道结构的动力平衡方程。采用积分变换法求得 Fourier 变换域内爆炸荷载作用下隧道位移场的积分表达式。结合具体算例,采用离散 Fourier 逆变换的数值计算方法,给出了爆心处隧道位移时程曲线、最大正应力时程曲线及某一时刻隧道位移幅值和最大正应力在  $x$  方向的变化曲线。其结果与数值计算结果相一致,验证了方法的可行性。

**关键词:**内爆炸; 动力响应; 积分变换; 隧道

中图分类号: P315.9

文献标识码: A

文章编号: 1000-0844(2008)02-0124-04

## Analytical Solution for the Dynamic Response of Tunnel to An Internal Explosion in Infinite Elastic Medium

GAO Guang-yun<sup>1,2</sup>, GAO Meng<sup>1,2</sup>, FENG Shi-jin<sup>1,2</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** The dynamic balance equation of tunnel structure under an explosion loading action is established based on the theory of cylindrical thin shell structure. An integral equation in the Fourier transformed filed that represents the displacement field in tunnel under the explosion loading is deduced by using the integral transformation. Taking an engineering project as example, the time-history curves of displacement and maximum circular normal stress in explosion center are given by using the inverse fast Fourier transform (IFFT). Furthermore, the variation curves of displacement and the maximum normal stress at a certain time in  $x$  direction are given also. The results show good agreement with the numerical computation results. This mean feasibility of the model and the method.

**Key words:** Internal explosion; Dynamic response; Integral transform; Tunnel

## 0 引言

随着地下交通隧道的迅速发展,大型盾构隧道因其良好的受力性能和安全的施工方式在国内外得到广泛运用。地下交通隧道人群密集,环境空间封闭,增加了遭受恐怖爆炸袭击的危险。爆炸发生时,爆炸振动速度快,频率高,持续时间短,瞬间对结构的响应大,对结构造成的破坏也大。

近年来,有关内爆炸荷载作用下结构物的动力

响应已取得一些研究成果。Penzen 等<sup>[1]</sup>和 Drake 等<sup>[2]</sup>分别采用简化弹簧支撑衬砌结构对地下结构物在内部爆炸荷载下的动力特性进行模拟;高峰等<sup>[3]</sup>运用有限元方法计算了秦岭隧道衬砌在爆炸荷载下的动力响应;李忠献等<sup>[4]</sup>分析了地下隧道内爆炸引起的地表结构的动力响应及滑移隔震效果;王天运等<sup>[5]</sup>采用流固耦合算法,对核电站安全壳爆

收稿日期:2007-10-23

基金项目:国家自然科学基金重点项目(50538010);高等学校博士学科专项科研基金(20050247030)

作者简介:高广运(1961-),男(汉族),安徽阜阳人,教授,博士生导师,主要从事土动力学和环境岩土工程方面的教学和科研工作。

炸荷载作用下的动力响应进行了数值模拟;李忠献等<sup>[6]</sup>采用有限元和无穷元耦合的方法,分析了爆炸超压、双线隧道的埋深、间距和隧道周围土体等对隧道衬砌应力场的影响;刘沐宇等<sup>[7]</sup>以武汉长江隧道为依托,运用 Ls - dyna 软件分析了盾构隧道内行车道板上不同孔径炸药爆炸时盾构隧道衬砌结构不同部位的动力响应规律,并给出了隧道衬砌最易破坏的部位;Feldgun 等<sup>[8]</sup>采用有限差分法研究了深埋管线内部爆炸冲击荷载作用下管线及周围土体的动力响应,分析中采用 Timoshenko 弹塑性壳体来模拟管线,采用 Grigoryan 模型来模拟土体的弹塑性行为。

上述研究大多采用数值分析方法,而爆炸荷载作用下隧道动力响应的解析解研究的较少。张庆元等<sup>[9]</sup>利用拉普拉斯变换,以位移为未知量,研究了球形空腔在爆轰荷载作用下的动力响应,获得了问题的参数解;杨俊等<sup>[10]</sup>采用工程通用的土力学模型,利用积分变换法推导了饱和土体中的圆柱形孔洞的动力响应解答的一般解析表达,并将其与经典弹性动力学中圆柱形空腔问题的解答作了比较;Glenn<sup>[11]</sup>等将球形容器视为薄壳结构,研究了爆炸荷载作用下无限弹性介质中球形容器的振动反应,求得其解析解,其结果后来被 Feldgun<sup>[8]</sup>所证明;Auslender 等<sup>[12]</sup>研究了球形弹塑性结构的内爆炸问题,得出了近似解析解。

本文根据薄壳结构理论,采用 Glenn<sup>[11]</sup>类似方法,建立爆炸荷载作用下隧道结构的动力平衡方程,采用积分变换法,力求得到爆炸荷载作用下隧道动力响应解答的一般解析表达式。

### 1 计算模型

隧道衬砌受爆炸荷载的作用是一个复杂过程,以爆源为中心随时间沿径向和隧道轴向衰减,本文将其简化为环向线分布并沿隧道轴向  $x$  方向运动并衰减的荷载。如图 1 所示。假设爆炸荷载函数为  $P(x,t) = P_0 e^{-\alpha t - \beta |x|}$ ,  $P|_{t=0,x=0} = P_0$ ,其中  $\alpha, \beta$  为衰减系数。并假设周围土体是无限弹性、可压缩的粘性介质,  $b/R \leq 5\%$ ,其中  $R, b$  分别为隧道外半径和隧道衬砌厚度。

隧道衬砌结构与周围土体相互作用,将其简化为弹性基础作用,则问题的物理模型为位于无限弹性地基中圆筒的动力响应。

### 2 控制方程的建立

将隧道衬砌结构视为圆柱形薄壳结构,以爆源

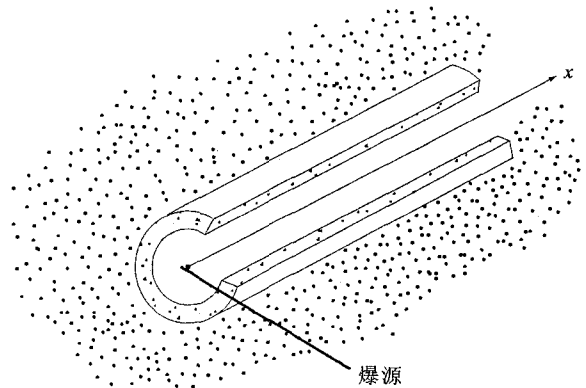


图 1 分析模型

Fig. 1 Analysis model.

中心为坐标原点建立坐标系,受力分析如图 2 所示。取一微元体,设微元体某一时刻  $t$  的位移为  $U(x, t)$ ,则微元体受到周围土体的地基反力:

$$f_{反} = k_0 U(x, t) R d\theta dx \quad (1)$$

式中  $k_0$  为地基反力系数。

爆炸荷载为一冲量荷载,在作用瞬间给结构一加速度,可等价为一惯性力:

$$f_{惯} = \rho b R d\theta \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} dx \quad (2)$$

式中  $\rho$  为隧道衬砌密度。

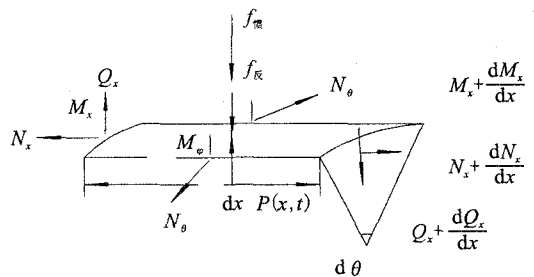


图 2 受力分析示意图

Fig. 2 Analyzing sketch of dynamics.

考虑微元体的平衡,有

$$N_0 d\theta dx + k_0 U(x, t) R d\theta dx - P(x, t) R d\theta dx + \rho b R d\theta dx \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} + R d\theta \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx = 0 \quad (3)$$

即

$$N_0 + k_0 R U(x, t) - P(x, t) R + b \rho R \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} + R \frac{\partial Q_x}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

由弯矩平衡得

$$Q_x dx + \frac{dM_x}{dx} dx = 0 \quad (5)$$

即

$$Q_x + \frac{dM_x}{dx} = 0 \quad (6)$$

对于轴对称问题,有

$$N_\theta = \frac{Eb}{1-\mu^2} \frac{U(x,t)}{R} \quad (7)$$

将式(6)、(7)代入式(4),整理得

$$\frac{Eb}{1-\mu^2} \frac{U(x,t)}{R} + k_0 R U(x,t) + b R \rho \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} - R \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} = P(x,t) R \quad (8)$$

由板壳结构理论的轴对称问题的解答得

$$M_x = -D \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} \quad (9)$$

$$M_\theta = -D\mu \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} \quad (10)$$

$$N_x = \frac{Eb\mu}{1-\mu^2} \frac{U(x,t)}{R} \quad (11)$$

$$N_\theta = \frac{Eb}{1-\mu^2} \frac{U(x,t)}{R} \quad (12)$$

$$Q_x = -D \frac{\partial^3 U(x,t)}{\partial t^3} \quad (13)$$

式中

$$D = \frac{Eb^3}{12(1-\mu^2)} \quad (14)$$

将式(9)代入式(8)得

$$\frac{\partial^4 U(x,t)}{\partial x^4} + n^2 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} + k^2 U(x,t) = \frac{P(x,t)}{D} \quad (15)$$

式中

$$n = \sqrt{\frac{b\rho}{D}} \quad (16)$$

$$k = \sqrt{\frac{Eb + k_0(1-\mu^2)R^2}{D(1-\mu^2)R^2}} \quad (17)$$

初始条件和边界条件为

$$U(x,t)|_{t=0} = 0 \quad (18)$$

$$U(x,t)|_{x=\pm\infty} = 0 \quad (19)$$

由式(15)、式(18)及式(19)可求得位移场  $U(x,t)$ , 将其代入式(9)一式(12)可得  $M_x$ 、 $M_\theta$ 、 $N_x$ 、 $N_\theta$ 。由材料力学知识可求得隧道衬砌的最大应力分布:

$$\begin{cases} \sigma_{x\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{N_x}{b} \\ \sigma_{\theta\max} = \frac{M_\theta}{W_\theta} + \frac{N_\theta}{b} \end{cases} \quad W_x = W_\theta = \frac{b^2}{6} \quad (20)$$

### 3 方程求解

将式(15)两边对  $x$  进行 Fourier 变换,并记  $F[U(x,t)] = \bar{U}(\omega,t)$ ,  $F[P(x,t)] = \bar{P}(\omega,t)$ , 可得

$$n^2 \frac{\partial^2 \bar{U}(\omega,t)}{\partial t^2} + (\omega^4 + k^2) \bar{U}(\omega,t) = \frac{\bar{P}(\omega,t)}{D} \quad (21)$$

式中

$$\bar{P}(\omega,t) = P_0 e^{-\alpha t} \frac{2\beta}{\beta^2 + \omega^2} \quad (22)$$

将式(21)两边对  $t$  进行 Laplace 变换,并记  $L[\bar{U}(\omega,t)] = \bar{U}(\omega,p)$ ,  $L[\bar{P}(\omega,t)] = \bar{P}(\omega,p)$ , 可得

$$n^2 p^2 \bar{U}(\omega,p) + (k^2 + \omega^4) \bar{U}(\omega,p) = \frac{\bar{P}(\omega,p)}{D} \quad (23)$$

解得

$$\bar{U}(\omega,p) = \frac{\sqrt{\frac{k^2 + \omega^4}{Dn^2}} \bar{P}(\omega,p)}{\sqrt{Dn} \sqrt{k^2 + \omega^4} (p^2 + \frac{k^2 + \omega^4}{Dn^2})} \quad (24)$$

对式(24)进行 Laplace 逆变换得

$$\bar{U}(\omega,t) = \frac{2\beta P_0}{\sqrt{Dn} \sqrt{k^2 + \omega^4} (\beta^2 + \omega^2)} \int_0^t e^{-\alpha\tau} \sin \sqrt{\frac{k^2 + \omega^4}{Dn^2}} (t - \tau) d\tau \quad (25)$$

式(25)为 Fourier 变换域内隧道位移场的积分表达。

### 4 算例

为与文献[6]的数值计算结果作对比,算例的计算参数均取自文献[6]:隧道外半径  $R=6.0$  m;衬砌厚度  $b=0.3$  m;衬砌密度  $\rho=2500$  kg/m<sup>3</sup>;弹性模量  $E=3.25 \times 10^{10}$  Pa;土体的地基反力系数  $k_0=4.5 \times 10^7$  N/m<sup>3</sup>;泊松比  $\mu=0.167$ ;爆炸荷载衰减系数  $\alpha=3$ ,  $\beta=0.85$ ;  $P_0=5 \times 10^6$  MPa。

直接对式(25)进行 Fourier 逆变换较为困难,本文采用离散快速 Fourier 逆变换数值计算方法。根据式(9)一式(12),结合式(20)求得  $x=0$  处  $t=0 \sim 0.02$  s 的隧道最大环向正应力时程曲线(图3)。

图中文献[6]曲线为断面1右侧隧道环向正应力。由图3可知,与文献[6]的有限元计算结果相比,隧道的最大环向应力的变化趋势和应力峰值基本一致,说明本文的简化方法求解爆炸荷载作用下

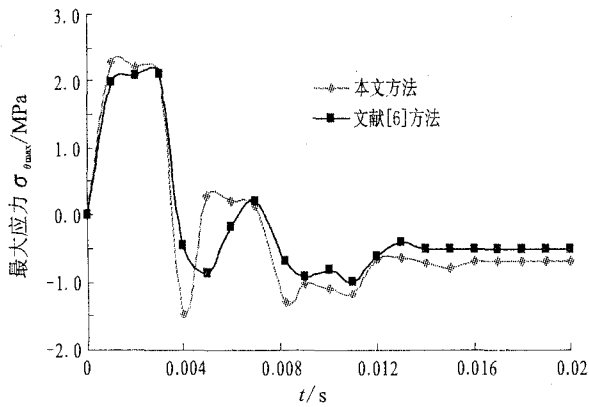


图3 最大环向应力时程曲线

Fig.3 Time-history curves of the maximum hoop stress.

隧道的动力响应是可行的。本文的计算结果的应力峰值较文献[6]稍大,因为本文研究的是单隧道的情况,而文献[6]是研究的双线隧道,邻近隧道的存在相当于减小了周围土体的整体刚度。与文献[6]得出的“周围土质越硬,则隧道衬砌的拉应力峰值越大”的结论相符。另外,本文研究的是无限空间的情况,而文献[6]研究的是半无限空间的情况,也是造成两者有差别的原因。

求得  $t=0.01\text{ s}$  时隧道位移幅值和最大正应力在  $x$  方向的变化曲线(图4、图5)。由图4、图5可知,隧道位移幅值和最大应力最大值出现在爆心处,以爆心为中心向两侧沿隧道方向迅速衰减。

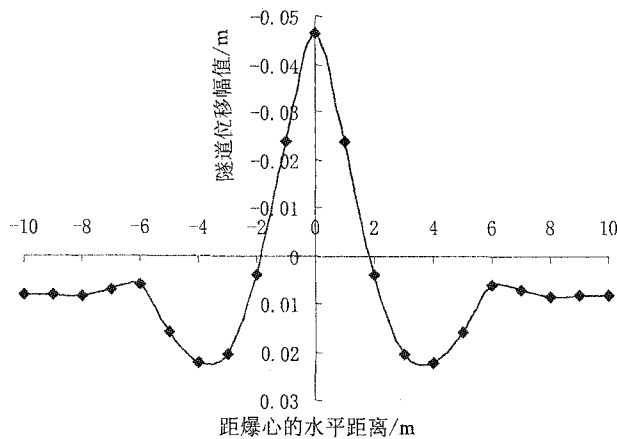


图4 隧道位移幅值变化曲线

Fig.4 Variation curve of displacement amplitude in the tunnel.

取  $t=0\sim 0.02\text{ s}$ ,求得  $x=0$  处的最大位移时程曲线(图6)。可知隧道衬砌位移幅值随时间呈振荡衰减趋势。

## 5 结论

(1) 基于圆柱形薄壳结构理论,建立爆炸荷载作用下隧道结构的动力平衡方程。利用积分变换

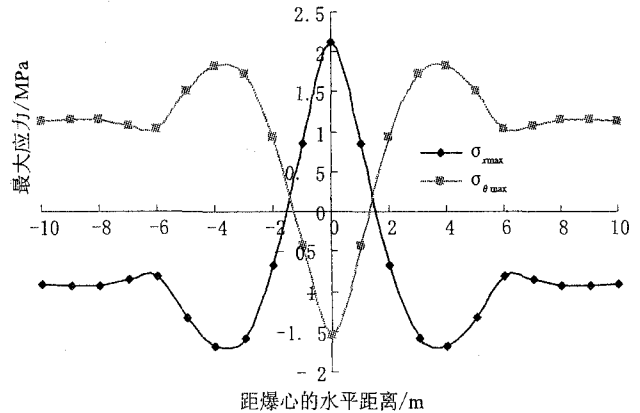


图5 最大应力变化曲线

Fig.5 Variation curves of maximum stress in tunnel.

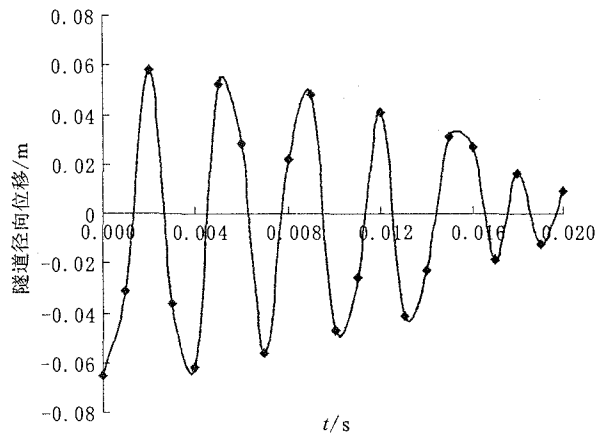


图6 位移时程曲线

Fig.6 Time-history curve of displacement

法,求得 Fourier 变换域内爆炸荷载作用下隧道位移场的积分表达式。

(2) 结合具体算例,采用离散 Fourier 逆变换的数值计算方法,给出了爆心处隧道位移时程曲线、最大正应力时程曲线及某一时刻隧道位移幅值和最大正应力在  $x$  方向的变化曲线。

(3) 通过算例对比,本文的解析算法与有限元数值计算方法的结果较为一致,而且本文的解析算法简单实用。

(下转 144 页)

- 判别[J]. 地震工程与工程振动, 1984, 4(3): 71-81.
- [11] 刘汉龙, 周云东, 高玉峰, 等. 多功能静动三轴仪研制及在液化后大变形中的应用[J]. 大坝观测与土工测试, 2001, 25(5): 48-51.
- [12] 曾长女. 细粒含量对粉土液化及液化后影响的试验研究[D]. 南京: 河海大学, 2006.
- [13] 张建民. 砂土的可逆性和不可逆性剪胀规律[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(1): 12-17.
- [14] Adrian F L Hyde, Toru Higuchi. Post liquefaction characteristics of low plasticity silt[A] // Proceeding of the 16th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering [C]. Osaka, Japan: Millpress, 2005: 2659-2662.

\*\*\*\*\*  
(上接 127 页)

### [参考文献]

- [1] Penzen J, Wu Ching L. Stress in linings of bored tunnels[J]. Earthquake Engineering and Structure Dynamics, 1988, 27: 283-300.
- [2] Drake J L, Walker R E, Slawson T. Backfill effect on buried structure response[A] // Coustin Lily C editor. Proceedings of the fourth international symposium on the interaction of non-nuclear munitions with structures, vol. 2 [C]. Panama City Beach, FL: IFS Ltd. Publishing Company, 1989: 209-221.
- [3] 高峰, 李德武, 严松宏, 等. 秦岭隧道抗爆炸荷载的分析研究[J]. 兰州铁道学院学报(自然科学版), 2001, 20(4): 48-53.
- [4] 李忠献, 田力. 地下爆炸波作用下基底滑移隔震建筑——土—隧道相互作用的动力分析[J]. 工程力学, 2004, 21(6): 56-64.
- [5] 王天运, 任辉启, 王玉岚. 接触爆炸荷载作用下核电站安全壳的动力响应分析[J]. 核动力工程, 2005, 26(2): 187-195.
- [6] 李忠献, 刘杨, 田力. 单侧隧道内爆炸荷载作用下双线地铁隧道的动力响应与抗爆分析[J]. 北京工业大学学报, 2006, 32(2): 173-181.
- [7] 刘沐宇, 卢志芳. 接触爆炸荷载下长江隧道的动力响应分析[J]. 武汉理工大学学报, 2007, 29(1): 113-117.
- [8] Feldgun V R, Kochetkov A V, Karinski Y S, et al.. Internal blast loading in a buried lined tunnel[J]. International Journal of Impact Engineering, 2007, 74(1): 2-12.
- [9] 张庆元, 战人瑞. 爆轰荷载作用下球形空腔的动力响应[J]. 爆炸与冲击, 1994, 14(2): 182-185.
- [10] 杨俊, 宫全美, 吴世明, 等. 饱和土体中圆柱形孔洞的动力分析[J]. 上海力学, 1996, 17(1): 37-44.
- [11] Glenn L A, Kidder R E. Blast Loading of a Spherical Container Surrounded by an Infinite Elastic Medium[J]. Journal of Impact Engineering, 1983, 50(10): 723-726.
- [12] Auslender F, Combescure A. Spherical elastic-plastic structures under internal explosion Approximate analytical solutions and application[J]. Engineering, structures, 2000, 22: 984-992.