

# 强地震动估计中映射法四种映射原则的数学表达

蔡辉腾, 张颖, 蔡宗文, 张锦福

(福建省地震局, 福建福州 350003)

**摘要:**运用数学语言对四种映射原则进行阐述,得到四种映射原则对应的数学映射关系;为方便地震动衰减关系转换数值计算设计了计算流程;并以美国西部为参考区,导出了云南地区的基岩水平向地震峰值加速度衰减关系。结果表明本文给出的四种数学映射关系和设计的数值计算流程在转换过程中是可行的,最小扭曲映射原则、最小扭曲可逆映射原则得出的结果在某种程度上要优于IR映射原则、IM映射原则得出的结果。

**关键词:**映射法;四种映射原则;数学映射关系;计算流程;地震动衰减

**中图分类号:** P315.91 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-0844(2010)04-0313-05

## Mathematical Representation for Four Mapping Principles of Mapping Method in Strong Ground Motion Evaluation

CAI Hui-teng, ZHANG Ying, CAI Zong-wen, ZHANG Jin-fu

(Earthquake Administration of Fujian Province, Fuzhou 350003, China)

**Abstract:** Four mapping principles are illustrated by means of mathematical language to attain their corresponding mathematical mapping relations. The computing process is designed to facilitate the numerical computation of transformation for ground motion attenuation relation. Taking Western America as the reference area, the horizontal earthquake peak acceleration attenuation relation on bedrock in Yunnan is deduced. The results show that four mathematical mapping relations and the designed numerical computing process are feasible in the course of transformation. Besides, the results of minimal warping mapping principle and minimal warping reversible mapping principle are superior to results of IR mapping principle and IM mapping principle.

**Key words:** Mapping method; Four mapping principles; Mathematical mapping relation; Computing process; Ground motion attenuation

### 0 引言

合理估计地震动参数是地震工程中的重要课题之一。在有较多强震记录的地区一般采用经验方法建立地震动参数衰减关系;在缺少强震记录的我国大部分地区,现阶段一般采用映射法建立地震动参数衰减关系<sup>[1-5]</sup>。胡聿贤等曾给出四种映射原则,即IR映射原则、IM映射原则、最小扭曲映射原则、最小扭曲可逆映射原则<sup>[2]</sup>,为便于数值计算运用,作者尝试用数学语言对上述四种映射原则进行阐述。

### 1 映射原则概述

映射目的是要在参考区  $a$  区和研究区  $b$  区的一对地震烈度衰减关系内寻求映射地震对,即与衰减曲线  $a$  上的一个地震  $P(M_a, R_a)$  相对应的衰减曲线  $b$  上的一个地震  $Q(M_b, R_b)$ ;也就是说,在  $a$  区发生一次震级为  $M_a$  的地震、在距离  $R_a$  处的地震烈度为  $I$ ,在  $b$  区内与之相对应的是在发生多大的地震  $M_b$ 、在什么距离  $R_b$  处的地震烈度亦为同一烈度  $I$ ,用解析式为

$$I_a = I_b = f_a(M_a, R_a) = f_b(M_b, R_b) \quad (1)$$

这里要求从两个给出的参数  $M_a$  和  $R_a$  求两个待定参数  $M_b$  和  $R_b$ , 而条件却只有一个, 即式(1), 因此这样的对应点可以有无穷多个, 因而还要有附加条件即映射原则, 用解析式表为

$$H(M_a, R_a, M_b, R_b) = 0 \quad (2)$$

联立求解式(1)和式(2), 即可求得用下式表示的映射地震对:

$$M_b = h_1(M_a, R_a) \quad (3)$$

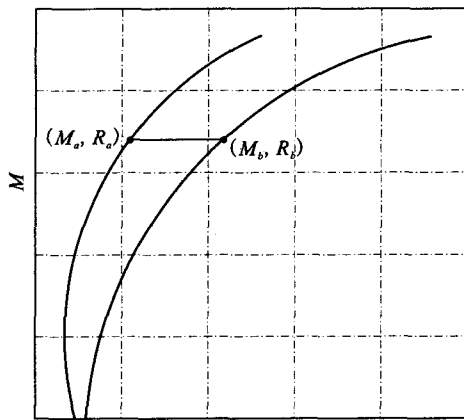
$$R_b = h_2(M_a, R_a) \quad (4)$$

## 2 四种映射原则数学表达

### (1) IR 映射原则

IR 映射原则即等  $M$  映射原则, 要求映射对的  $M$  相等, 如图 1(a) 所示。映射原则解析式式(2)等价于式(5)

$$M_b = M_a \quad (5)$$



(a) IR映射原则

### (2) IM 映射原则

IM 映射原则即等  $R$  映射原则, 要求映射对的  $R$  相等, 如图 1(b) 所示。映射原则解析式式(2)等价于式(6)

$$R_b = R_a \quad (6)$$

### (3) 最小扭曲映射原则

最小扭曲映射原则要求映射对间距离最短, 如图 1(c) 所示, 要使  $AB$  两点间距离最短, 即  $AB$  线垂直于点  $B$  的切线。令  $\angle BOD = \theta$ , 则两映射点有如下关系:

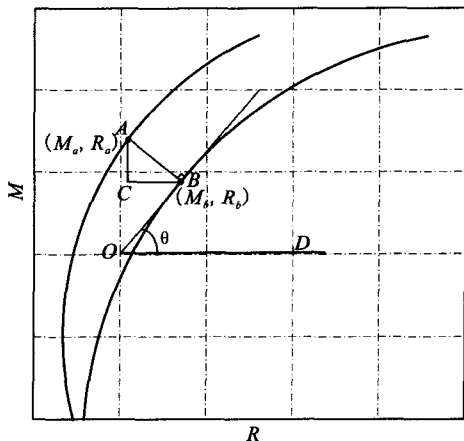
$$\frac{R_b - R_a}{M_a - M_b} = \tan \theta \quad (6)$$

$$\tan \theta = \frac{dM_b}{dR_b} \quad (7)$$

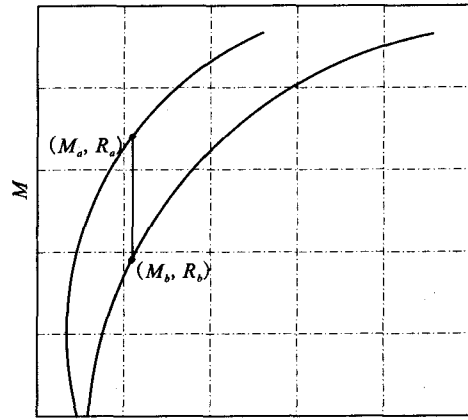
可得映射原则解析式式(2)等价于式(8)

$$\frac{R_b - R_a}{M_a - M_b} = \frac{dM_b}{dR_b} \quad (8)$$

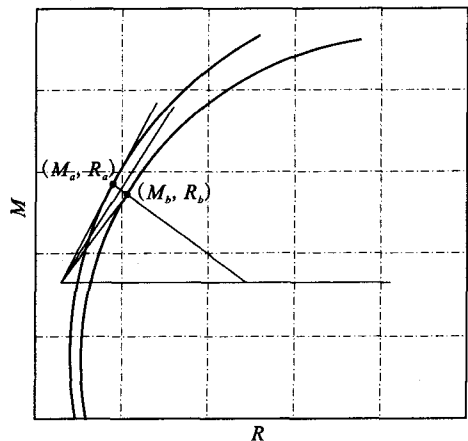
### (4) 最小扭曲可逆映射原则



(c) 最小扭曲映射原则



(b) IM映射原则



(d) 最小扭曲可逆映射原则

图 1 四种映射原则示意

Fig. 1 Diagrams of four mapping principles.

最小扭曲可逆映射原则要求映射对间距离最短,且从 A 映射到 B 与从 B 映射到 A 的映射对又是相同的。如图 1(d)和图 2 所示。要满足上述两个条件,即要求映射对 AB 是对称映射,则两映射点有如下关系,其中 OA 和 OB 分别为点 A 和点 B 的切线:

$$\tan \theta_1 = \frac{dM_b}{dR_b} \quad (9)$$

$$\tan \theta_2 = \frac{dM_a}{dR_a} \quad (10)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \theta_3 = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \quad (11)$$

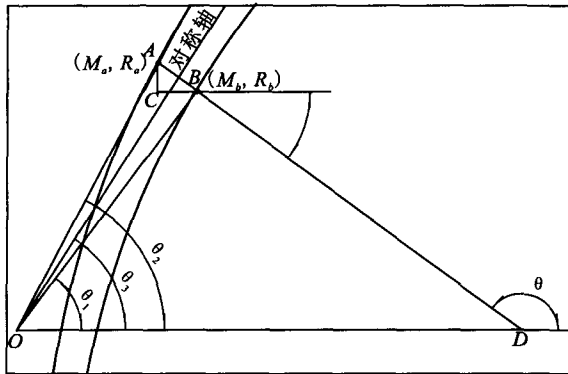


图 2 最小扭曲可逆映射原则细化图

Fig. 2 Detail drawing of minimal warping reversible mapping principle.

可得映射原则解析式(2)等价于式(12)

$$\frac{M_a - M_b}{R_b - R_a} = \tan(\pi - \theta) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}\right) = 1/\tan\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \quad (12)$$

其中  $\tan\frac{\theta_1 + \theta_2}{2}$  可由式(9)和式(10)通过半角公式求得。

### 3 映射法数值计算

映射法已知条件是 a 区的地震动衰减关系  $I_a = f_a(M_a, R_a)$  和地震动衰减关系  $\lg S_a = Y_a(M_a, R_a)$ , 以及 b 区的地震动衰减关系  $I_b = f_b(M_b, R_b)$ , 目的是求 b 区的地震动衰减关系  $\lg S_b = Y_b(M_b, R_b)$ 。

#### 3.1 数值计算流程

数值计算流程:

$$P(M_a, R_a) \Rightarrow \begin{cases} I_a = I_b = f_a(M_a, R_a) = f_b(M_b, R_b) \\ H(M_a, R_a, M_b, R_b) = 0 \\ \lg S_a = Y_a(M_a, R_a) = \lg S_b \end{cases}$$

$$\Rightarrow Q(M_b, R_b) \Rightarrow Q(S_b, M_b, R_b) \Rightarrow \lg S_b = Y_b(M_b, R_b) \quad (13)$$

具体步骤如下:

(1) 已知  $(I_a, M_a)$  求  $(R_a, S_a)$ 。根据物理条件限制可设  $I_a = 6 \sim 12$ , 间隔为 1;  $M_a = 5 \sim 8$ , 间隔为 0.1; 根据式  $I_a = f_a(M_a, R_a)$  和  $\lg S_a = Y_a(M_a, R_a)$ , 可求的相应的  $R_a$  和  $S_a$ , 并限制  $R_a > 0$ , 不满足的去掉, 可得一组  $(I_a, M_a, R_a, S_a)$ 。

(2) 求  $(I_b, M_b, R_b, S_b)$ 。联立式(1)和式(2), 其中式(2)据四种映射原则分别对应式(5)、式(6)、式(8)、式(12), 可得  $(M_b, R_b)$ , 即式(3)和式(4)。值得一提的是, 在结果  $(M_b, R_b)$  中应剔除  $M_b < 4$  或  $R_b < 0$  的组。结合映射法的假设: 当  $I_a = I_b$ , 则  $S_a = S_b$ , 可得  $(I_b, M_b, R_b, S_b)$ 。

(3) 求  $\lg S_b = Y_b(M_b, R_b)$ 。在一般情况下, 从这组数据  $(S_b, M_b, R_b)$  即可用回归方法求得适用于 b 区的地震动衰减关系。

#### 3.2 算例

参考区选美国西部, 研究区选云南地区。

##### 3.2.1 参考区和研究区地震烈度衰减关系

美国西部地震烈度衰减关系本文选用 Chandra<sup>[6]</sup> 对美国圣安德烈斯地区 1906—1966 年间的 10 次地震的等震线资料研究结果, 并根据 Gutenberg 和 Richter(1956) 的美国加州震级与震中烈度的关系式, 将 Chandra 公式中的震中烈度换算成震级 M。烈度衰减关系为

$$I = 0.514 + 1.500M - 0.00659R - 2.014\lg(R + 10) \quad (14)$$

$$\sigma = 0.274$$

式中 I 为地震烈度; M 为震级; R 为震中距(单位: km);  $\sigma$  为标准差。

云南地区地震烈度衰减关系选用汪素云等得到的云南地区地震烈度衰减关系<sup>[3]</sup>:

$$\text{长轴 } I = 5.772 + 1.273M - 4.118\lg(R + 25) \quad (15)$$

$$\sigma = 0.571$$

$$\text{短轴 } I = 2.336 + 1.273M - 2.746\lg(R + 7) \quad (16)$$

$$\sigma = 0.571$$

##### 3.2.2 美国西部和云南地区基岩水平向地震加速度峰值衰减关系

地震动衰减关系的一般形式如下:

$$\lg S_a = C_1 + C_2M + C_3M^2 + C_4\lg[R + C_5\exp(C_6M)] \quad (17)$$

式中  $S_a$  代表峰值加速度, 单位为  $\text{cm/s}^2$ ;  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$  和  $C_6$  为衰减关系的系数; 其余参数意义同上。

美国西部地区基岩水平向地震加速度峰值衰减关系选用俞言祥和汪素云<sup>[7-9]</sup>最新统计得出的美国西部基岩水平向地震加速度峰值衰减关系。

根据上述映射原则和数值计算流程,得到云南

地区不同映射原则对应的基岩水平向地震加速度峰值衰减关系,转换标准差直接使用了美国西部的标准差。表1给出了参考区及转换得到的研究区的地震动衰减关系的系数及标准差。

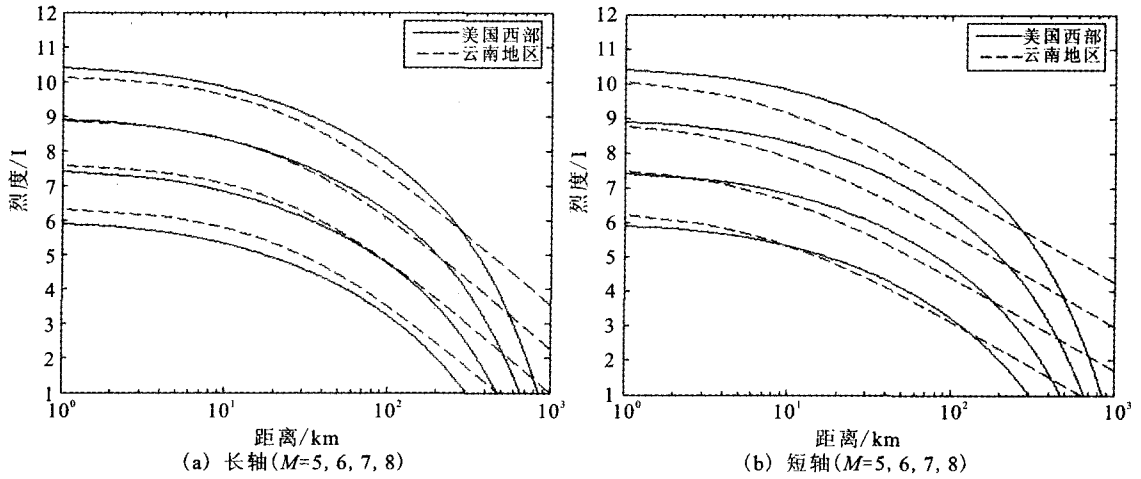


图3 美国西部和云南地区烈度衰减关系比较

Fig. 3 Comparisons of intensity attenuation relation between Western American and Yunnan Area.

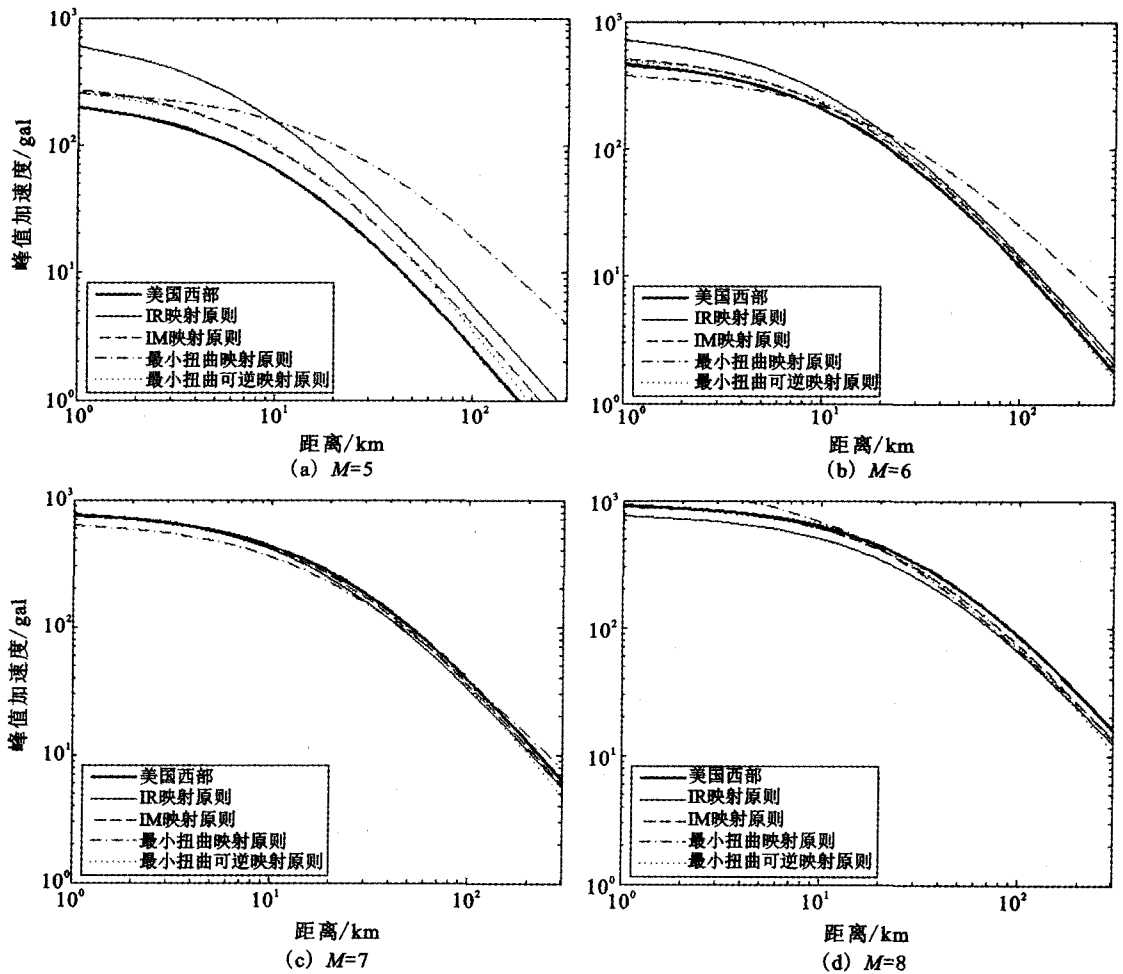


图4 云南地区不同映射原则的结果(长轴)

Fig. 4 Results for different mapping principles in Yunnan area(major axis).

表 1 衰减关系的系数及标准差

方法	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$\sigma$	备注
IR 映射原则	-1.276	1.442	-0.067	-1.886	1.046	0.451	0.232	美国西部
	1.659	0.625	-0.016	-1.789	0.508	0.519	0.232	云南地区长轴
	1.237	0.393	-0.004	-1.209	0.034	0.714	0.232	云南地区短轴
IM 映射原则	0.288	1.039	-0.044	-1.859	1.477	0.389	0.232	云南地区长轴
	-0.276	0.960	-0.038	-1.529	0.430	0.472	0.232	云南地区短轴
最小扭曲映射原则	5.019	-0.254	0.033	-1.585	34.396	-0.085	0.232	云南地区长轴
	5.607	-0.576	0.052	-1.262	61.758	-0.245	0.232	云南地区短轴
最小扭曲可逆映射原则	0.414	1.137	-0.049	-2.104	2.253	0.363	0.232	云南地区长轴
	-1.187	1.177	-0.069	-0.967	2.510	0.098	0.232	云南地区短轴

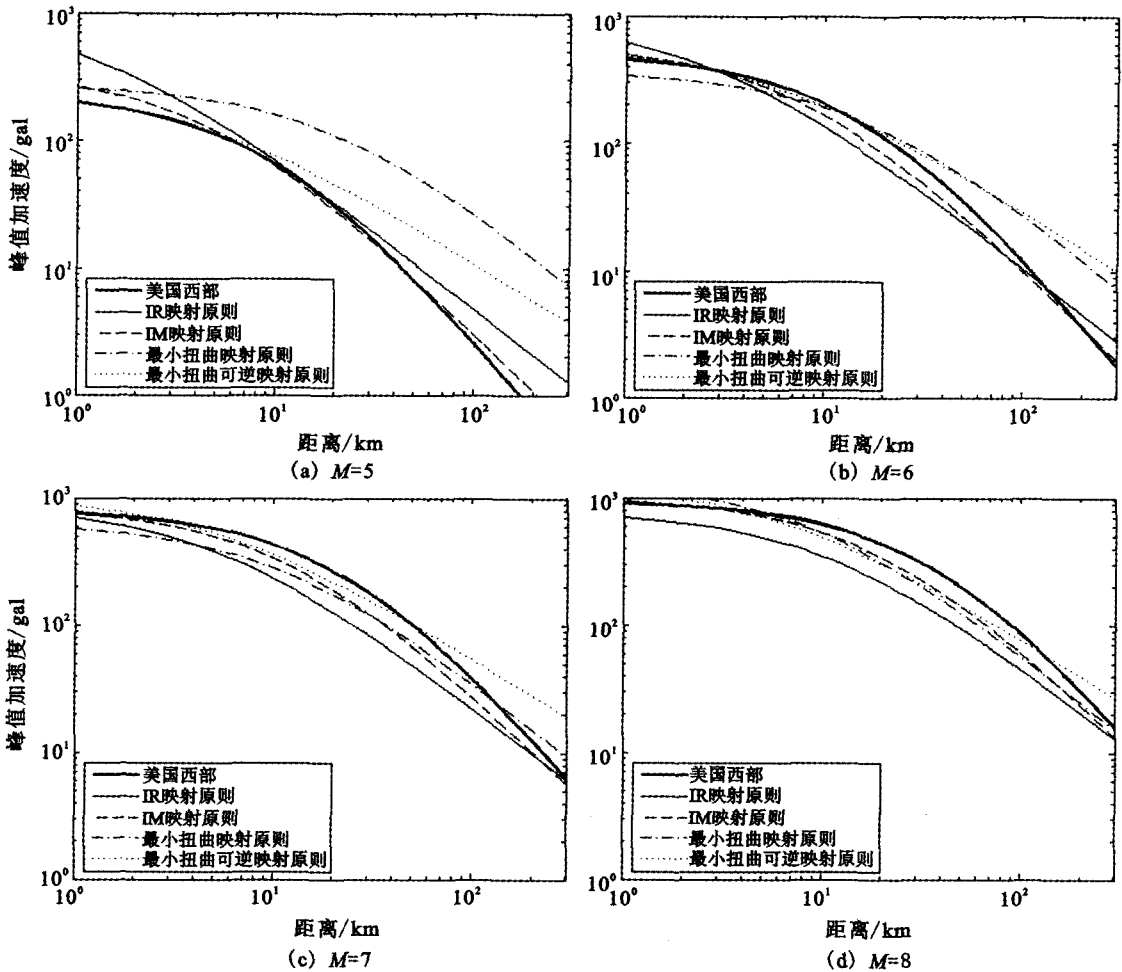


图 5 云南地区不同映射原则的结果(短轴)

Fig. 5 Results for different mapping principles in Yunnan area(minor axis).

图 3 给出了参考区(美国西部)和研究区(云南地区)烈度衰减关系的比较,图 4 和图 5 分别给出了参考区(美国西部)和研究区(云南地区)长轴和短轴基岩水平向地震加速度峰值衰减关系的比较。看出

烈度衰减关系的下降速度美国西部高于云南地区,这一点在远场更为明显。基于该角度考虑,最小扭曲映射原则、最小扭曲可逆映射原则得出的结果更能体现本区烈度衰减关系的特征。

(下转 338 页)

- [4] Sutarno D, Vozoff K. Robust M-estimation of magnetotelluric impedance tensors[J]. *Expl. Geophys.*, 1989, 20: 383-398.
- [5] 林长佑, 武玉霞, 刘晓玲. 大地电磁响应函数的除偏估算和误差的研究[J]. *西北地震学报*, 1988, 10(3): 25-38.
- [6] Chave A D, Thomson D J, Ander M E. On the robust estimation of power spectra, Coherences, and transfer functions[J]. *Geophys. Res.*, 1987, 92: 633-648.
- [7] 杨生, 鲍光淑, 张全胜. 远参考大地电磁测深法应用研究[J]. *物探与化探*. 2002, 26(1): 61-66.
- [8] 杨生, 鲍光淑, 张少云. MT 法中利用阻抗相位资料对畸变视电阻率曲线的校正[J]. *地质与勘探*. 2001, 37(6): 42-45.
- [9] Bahr K. Interpretation of the magnetotelluric impedance tensor, regional induction and local telluric distortion[J]. *Geophys.*, 1989, 62: 119-129.
- [10] Groom R W, Bailly R C. Decomposition of magnetotelluric impedance tensors in the presence of local 3-D galvanic distortion[J]. *Geophys. Res.*, 1989, 94: 1913-1925.
- [11] 许建荣. 平面聚类静态校正法[J]. *石油地球物理勘探*, 2004, 39(6): 720-723.

\*\*\*\*\*  
(上接 317 页)

## 4 结语

本文运用数学语言对四种映射原则进行阐述, 得到四种映射原则对应的数学映射关系; 为方便地震动衰减关系转换的数值计算, 给出了计算流程; 并以美国西部为参考区, 计算了云南地区的基岩水平向地震加速度峰值衰减关系。所得结果表明本文给出的四种数学映射关系和数值计算流程在转换过程中是可行的, 最小扭曲映射原则、最小扭曲可逆映射原则得出的结果在某种程度上要优于 IR 映射原则、IM 映射原则得出的结果。

### [参考文献]

- [1] 胡聿贤, 张敏政. 缺乏强震观测资料地区地震动参数的估算方法[J]. *地震工程与工程振动*, 1984, 4(1): 1-11.
- [2] 胡聿贤, 周克森, 阎秀杰. 缺乏地震动加速度记录地区地震动
- 估计的映射法[J]. *地震工程与工程振动*, 1996, 16(3): 1-10.
- [3] 汪素云, 俞言祥, 高阿甲, 等. 中国分区地震动衰减关系的确定[J]. *中国地震*, 2000, 16(2): 99-106.
- [4] 孙崇绍. 西北黄土地区河谷城市地震动参数小区研究[J]. *西北地震学报*, 2007, 29(1): 3-11.
- [5] 唐丽华, 李猛, 王海涛. 伽师-巴楚地区中强地震加速衰减关系研究[J]. *西北地震学报*, 2007, 29(4): 377-384.
- [6] Chandra U. Attenuation of intensities in the United States[J]. *Bull. Seism. Soc. Amer.*, 1979, 69(6): 2003-2024.
- [7] 俞言祥, 汪素云. 美国西部水平向基岩加速度反应谱衰减关系 [A]// 新世纪地震工程与防震减灾 [G]. 北京: 地震出版社, 2002: 559-565.
- [8] 俞言祥, 汪素云. 青藏高原东北地区水平向基岩加速度峰值与反应谱衰减关系[J]. *地震学报*, 2004, 26(6): 591-600.
- [9] 俞言祥, 汪素云. 中国东部和西部地区水平向基岩加速度反应谱衰减关系[J]. *震灾防御技术*, 2006, 1(3): 206-216.