

地震前兆序列分维的初步研究

白超英 杨马陵

(新疆维吾尔自治区地震局)

摘 要

本文将分数维用于地震前兆序列的分析中,讨论了确定前兆序列分维数的方法,进而确定前兆序列最少的序参量的个数,并对黑孜水准前兆序列和库尔勒倾斜前兆序列进行了实际计算。结果表明,黑孜水准序列的分维数 $d=1.7$,库尔勒倾斜序列的分维数 $d=2.1$,同时得到了描述这两个序列的序参量均为3。本文还尝试用信息熵的方法提取有用的前兆信息,结果表明,在熵值下降的过程中,观测台站周围300km范围内有中强地震发生。

一、引 言

各种地震前兆的实际记录可作为反映地震孕育过程的一种信息源。这种信息源包括地震和非地震过程导致的多种周期或非周期成分和干扰噪声。因此,在地震预报中困难的问题是,人们无法确切地了解影响前兆的各种因素,换句话说,即至少用几个序参量才能够确切(唯一)地描述某一前兆序列力学的、运动学的状态和特征。如果能够解决序参量个数问题,那么就有可能选择合适的序参量,进而区分出与地震孕育过程有关的变化成分,至少能够降低该信息源系统的复杂性。本文就是着眼于以上思路,将分维的概念引入前兆序列的分析中,讨论了前兆序列分维问题。最后讨论了用信息熵的方法排除干扰,提取有用的前兆信息的有关问题。

二、地震前兆序列的分维

1. 计算方法

分维的计算方法很多,本文用“嵌入空间法”进行计算。

设 $X(t)$ 是一前兆序列,首先假定相空间维数为 m ,选择一个固定的时间间隔 τ ,将原有序列 $X(t)$ 加以拓展,从序列中依次选取几个等距点,可得新的变量组:

$$\left. \begin{aligned} X_1: & X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n) \\ X_2: & X(t_1+\tau), X(t_2+\tau), \dots, X(t_n+\tau) \\ & \vdots \\ X_m: & X[t_1+(m-1)\tau], X[t_2+(m-1)\tau], \dots, X[t_n+(m-1)\tau] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

引入一个 m 维相空间矢量 \bar{X}_1 ,坐标为: $\{X(t_1), X(t_1+\tau), \dots, X[t_1+(m-1)\tau]\}$ 。以 \bar{X}_1 作为参考点,计算该点与其余 $N-1$ 个点的距离 $\bar{X}_1 - \bar{X}_i$ 。这样就可以计算出相空间中

与 \bar{X}_i 点的距离在 r 以内数据点的个数。对所有的 i 值重复这一过程,得到一个量

$$C(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N Q(r - |\bar{X}_i - \bar{X}_j|) \quad (i \neq j). \quad (2)$$

$C(r)$ 可看作是吸引子的积分关联函数^[1],其中 Q 为Heaviside函数,

$$Q(X) = \begin{cases} 1 & X > 0; \\ 0 & X < 0. \end{cases} \quad (3)$$

如果给定一个微小的 ϵ 并用它作为码尺来探测吸引子结构,若其结构是一直线,则距给定点的距离在 r 以内的数据点的个数应与 r/ϵ 成正比;若吸引子结构是一个面,则数据点的个数应与 $(r/\epsilon)^2$ 成正比;若吸引子结构是一个 d 维流形,则点的个数应与 $(r/\epsilon)^d$ 成正比。因此当 r 较小时, $C(r) = r^d$ 。则

$$\ln C(r) = d |\ln r|。 \quad (4)$$

对于地震前兆序列维数 d 的具体计算步骤如下:

(1) 对于前兆序列,通过逐次增加相空间维数 m ,建立关联函数式(2)。

(2) 根据(4)式推导靠近坐标原点的斜率,并观察这一结果在 m 增加时如何变化。

(3) 如果 m 超过某个比较小的 m 时, d 对 m 的比值就达到饱和,则由时间序列描述的体系应具有一个吸引子。饱和时的 d 值可看作是由时间序列描述的吸引子的维数, m 值即为将由吸引子所描述的性能模型化所需的最少的变量数目。

计算时维数 d 可能出现以下几种情况:

(1) $d = m$ 。这种情况对应于噪声序列,无任何信息可言。

(2) $d = 1$ 。表明前兆序列是一种确定的周期振荡序列,具有可预测性。

(3) $d = 2$ 。表明前兆序列是两种频率互不匹配的准周期振荡序列,同样具有可预测性。

(4) $d > 2$,或 d 不为整数时,序列表现出对初始条件十分敏感,并且具有本征不可预见性的混沌振荡^[2]。

计算地震前兆序列维数,关键是 τ 的选取,即要保证(1)式中的变量组是线性无关的。若要保证变量组 X_1, X_2, \dots, X_m 间是线性无关的,其充分且必要的条件是

$$\begin{vmatrix} X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_m) \\ X(t_1 + \tau), X(t_2 + \tau), \dots, X(t_m + \tau) \\ \vdots \\ X[t_1 + (m-1)\tau], X[t_2 + (m-1)\tau], \dots, X[t_m + (m-1)\tau] \end{vmatrix} \neq 0$$

为了最大限度地利用资料的长度,本文取 $[n]^* = L / (m-1)\tau$,其中 L 为资料长度。

2. 黑孜水准前兆序列及库尔勒地倾斜前兆序列的分维

图1是黑孜水准月均值变化曲线。我们利用上述方法,选取不同的 τ 值进行了计算,结果见图2。从图2中可以看出,当 $\tau = 6, 12, 18$ 时, $\log c(r) - \log(r)$ 曲线斜率相同(对 $m = 2, 3, 4, 5$ 而言)。当 $\tau = 3, 9, 13, 15$ 时,在 $m = 3$ 后曲线斜率相同,即达到饱和。我们还对更多的 τ 值进行了计算,结果发现,当 τ 为6的整数倍时,其结果与 $\tau = 6, 12, 18$ 时类似;而当 τ 大于3且不为6的整数倍时,一般当 $m \geq 3$ 时,曲线斜率相同。下面

* $[n]$ 表示取整。

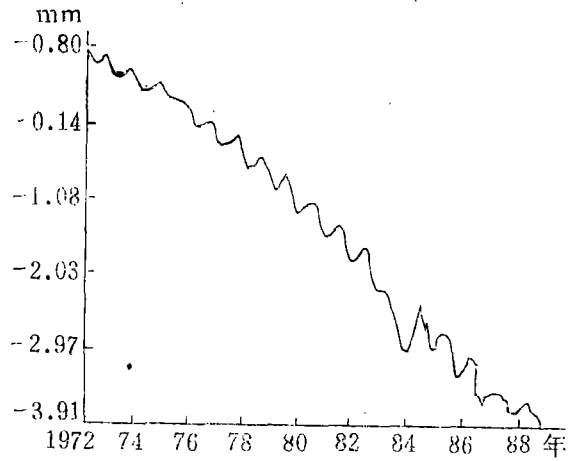


图 1 黑孜水准月均值变化曲线
 Fig. 1 Monthly mean value curve of water-level information of Heizi station

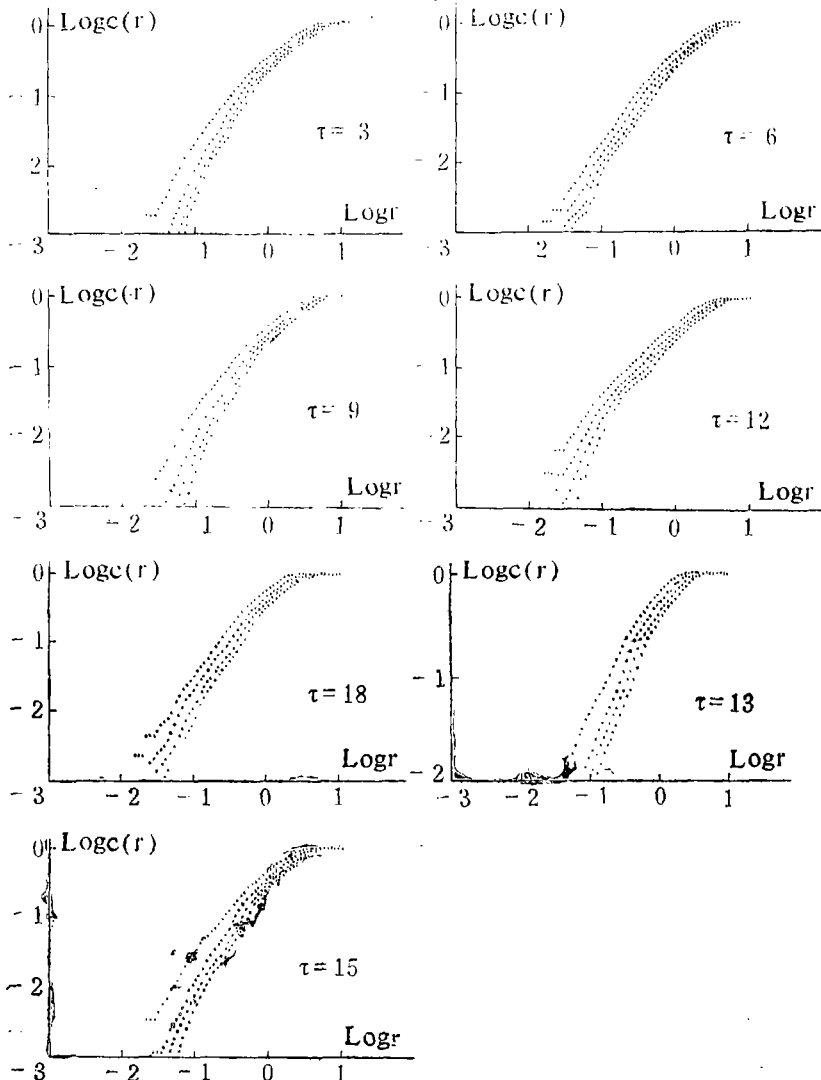


图 2 τ 取不同值时黑孜水准序列关联函数与距离的关系
 Fig. 2 Relationship between the related function of water-level sequence and the distance with different τ value of Heizi station

讨论 τ 的取值对计算结果的影响。

由于黑孜水准序列有明显的年变规律,因此 $\tau=12$ 月。如果 τ 为6的奇数倍,则变量组(1)呈负相关,即 X_1 与 $X_3, X_5, \dots; X_2$ 与 X_4, \dots 相关;当 τ 取6的偶数倍时,变量组(1)正相关。

当 $\tau=2$ 时, $m \leq 6$, 即相空间维数最多可取到6, 否则变量组(1)相关。

当 $\tau=3$ 时, $m \leq 4$, 即相空间维数最多可取到4。

当 $\tau=4$ 时, $m \leq 3$, 即相空间维数最多可取到3。

从以上的分析中可知, τ 的选取不是任意的, 要根据原始序列的具体情况而定。当原始序列具有显著周期时, 可根据以上讨论的方法选取 τ 值, 一般情况下只要证明变量组(1)线性无关即可。

我们对 $\tau \geq 3$ 且不为6的整数倍时的结果进行了分析, 得出 d 的取值范围为1.60—1.85。图3给出了 $\tau=13$ 时的结果。从图3中可看出, 黑孜水准序列可由3个序参量来描述, 其对应的维数 $d=1.7$ 。 d 为小数说明了黑孜水准序列具有吸引子。另外, ε 的选取是任意的, 本文为了绘图方便, 选取 ε 为 $10^{-3} - 10^1$, 步长为0.05。

我们用同样的方法求出了库尔勒地倾斜前兆序列的维数 $d=2.1$, 描述该序列最少的序参量也为3(图4-6)。

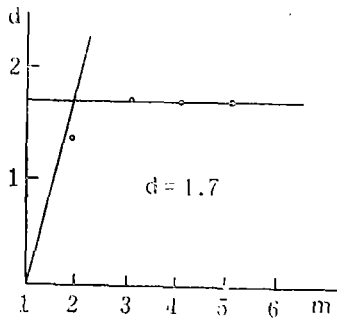


图3 黑孜水准序列的维数与相空间变量数m的关系($\tau=13$)

Fig. 3 Relationship between the dimension of water-level information and the variable of quadrant space of Heizi station

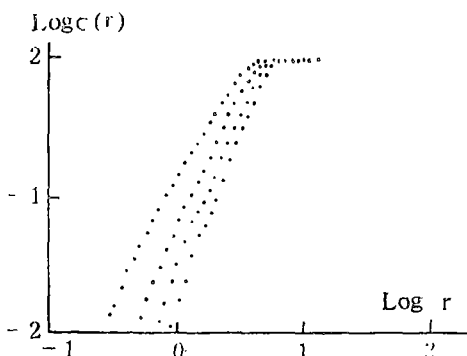


图5 库尔勒倾斜关联函数与距离的关系($\tau=13$)

Fig. 5 Relationship between the related function of crustal tilt and the distance (EW) of Kuerle station

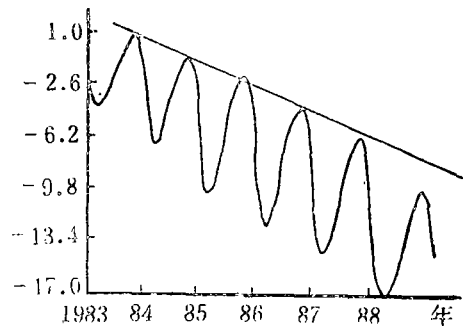


图4 库尔勒倾斜月均值曲线

Fig. 4 Monthly mean value curve of crustal tilt of Kuerle station

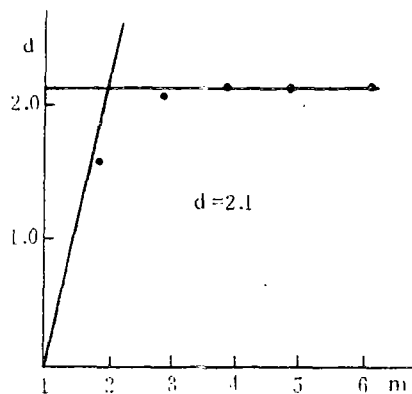


图6 库尔勒倾斜序列维数与相空间变量数m的关系

Fig. 6 Relationship between the dimension of crustal tilt and the variable of quadrant space of Kuerle station

三、信息源系统序参量的简化

由以上的讨论可知，黑孜水准和库尔勒倾斜前兆序列的序参量均为 3。现在的问题是如
 何选取合适的序参量来描述该序列。分析原始资料（图 1、图 4）可以发现，两个序列的趋
 势项和年变规律较为明显。其中趋势项是呈现常速率（或分段常速率）下降的，它反映了大
 的构造活动的一种较为稳定的长期变化。年变规律则反映了四季温度变化的影响。因此我们
 设与年变有关的序参量为 T，而与趋势项有关的常速率为 C，另一个序参量假定它是和地震
 孕育过程有关的因素 ϵ 。这样该前兆序列可用函数 $f(\epsilon, T, C)$ 来唯一地加以描述。如果从
 中扣除 T 和 C 的影响，那么就可以得到与 ϵ 有关的信息。

我们用直线拟合的方法，将趋势项分段扣除。设 $y = ax + b$ 为分段的线性项（趋势项），
 则 $y - y_0$ 为扣除趋势项后的新序列， y 为原始序列。

年变规律的扣除方法很多，本文采用信息熵的方法。首先求出年变化的概率分布函数
 （一种确定的分布），然后根据概率分布，利用信息熵的计算公式

$$H = \sum P_i \log P_i, \quad \sum P_i = 1 \quad (5)$$

扣除其年变成份的影响。实际计算时是将两个前兆序列变化比较规则的曲线（无中强震
 时的一年变化曲线）进行拟合，然后求出其
 离散的（1 - 12个月）概率分布值（图 7），
 即将区域面积与总面积之比作为该月的概率
 值，将此概率认为是无地震过程影响时的年
 变化的标准概率分布。然后利用公式（5）
 对扣除趋势项后的新序列进行信息提取，扣
 除与年变化有关的部分，剩下的则是与 ϵ
 有关的部分。

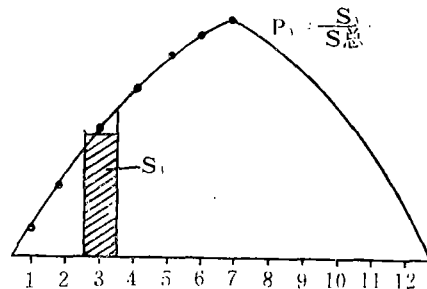


图 7 概率计算示意图

Fig. 7 The sketch of probability calculation

图 8 是用以上方法求出的黑孜水准序列信息熵变化曲线，时间尺度为一年，步长为一个月。
 图 9 为库尔勒倾斜序列信息熵变化曲线。

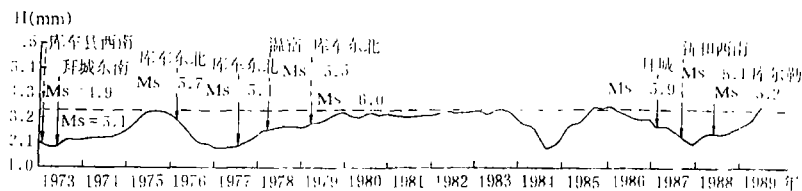


图 8 黑孜水准序列信息熵变化曲线

Fig. 8 The information entropy curve of water-level sequence of Heizi station

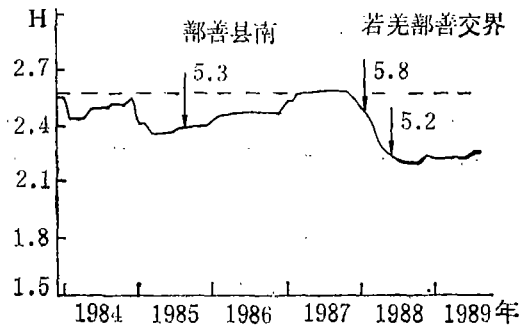


图9 库尔勒倾斜序列信息熵变化曲线

Fig. 9 The information entropy curve of crustal sequence of Kuerle station

四、结果分析与讨论

从图8中可以看出,黑孜水准序列熵值出现了4次大幅度的下降,第一次下降该观测台附近300km范围内发生了两次五级左右的地震,并且对应了1974年新疆境内发生的阿克陶7.3级地震和巴里坤7.1级地震,第二次下降该台附近300km范围内发生了4次 $M_s \geq 5.0$ 级地震,第三次下降对应了乌恰7.4级强震,第四次下降其附近发生了3次 $M_s \geq 5.0$ 级地震。同样在库尔勒倾斜序列信息熵的变化曲线的下降过程中,其观测台附近300km范围内均有 $M_s \geq 5.0$ 级地震发生,或稍远的地区有7级强震发生。值得强调指出的是中强震或距离稍远的强震($M_s \geq 7.0$)都是在熵值下降(或低熵)过程中发生的。目前黑孜水准序列的熵值已恢复到正常水平,但库尔勒倾斜仍处在低熵过程中,这是值得注意的。

对上述现象可以这样解释,即前兆序列变化曲线的规则形态(无中强地震发生所对应的曲线形态)反映了与地震孕育无关的均匀状态,其熵值是最大的;当曲线形态相对于规则形态发生畸变时,其实质反映了地震孕育过程的影响,即走向非均匀,则熵值必然下降。

本文对前兆时间序列的分析结果是令人满意的,用本文提出的方法能有效地提取与地震孕育有关的信息,它可作为地震中、短期预报的一种方法。上述研究是初步的,还有待于进一步深入。

(本文1990年4月6日收到)

参 考 文 献

- (1) 尼科里斯、普里高津,探索复杂性,罗久里等译,四川教育出版社,1986.
- (2) 尼科里斯、普里高津,从时间序列数据重建复杂系统动力学—在气候变迁方面的应用,分形与分维在地球科学中的应用,陈颀等编,学术期刊出版社,1988.

PRELIMINARY STUDY ON PRECURSORY SEQUENCE
ANALYSIS BY FRACTAL DIMENSION

Bai Chaoying, Yang Maling

(*Seismological Bureau of Xinjiang Uygur Autonomous Region, Urumqi*)

Abstract

This paper introduces the fractal dimension into the analysis of seismic precursory sequence, discusses how the fractal dimension of precursory sequence is determined and the minimum order parameter of the precursory sequence is determined further. Finally the authors discussed how useful information is obtained by the method of information entropy. The results show that the fractal dimension of water-level sequence(Heizi) is 1.7 and that of the crustal tilt sequence(Kuerle) is 2.1, meanwhile the three order parameters which describe the two sequences are 3. The results of information entropy show that in the range of 300km around the observation station some moderate-strong earthquakes occurred in the dropping process of entropy value.