

## 综 述

## 分数维理论在地震科学中的应用

彭成斌

(国家地震局地质研究所)

陈 颀

(国家地震局)

自然界是一个复杂的有序的整体系统。在这个系统中各个部分彼此关联。近几年发展起来的系统科学中的新三论,即突变理论、耗散理论和协同论(包括混沌动力学和分数维理论),正是人们对自然界的整体性认识的重要进展。近年来,分数维理论作为一支独秀在自然科学的许多方面得到了日益广泛的应用。本文就其在地震科学中的应用作一简要的概述和讨论。

### 1. 自相似、分形和分数维

所谓自相似,就是物体的整体与其部分相似。或者说,其特征结构在不同的尺度上重复出现。对于其中任一个小单元,把它按一定的相似比放大后,在统计意义上与原来的结构并无显著的区别(对于自然界的任何东西,严格的自相似是不存在的)。从数学上可以这样来定义:即对集合 $S$ ,存在一个实数 $r$ , $S$ 在实数变换 $r$ 的作用下映射为 $r(S)$ ,而 $S$ 中的 $N$ 个非重迭子集( $N > 1$ )与 $r(S)$ 都是完全或在统计意义上是完全一样的(除了位置的平移)。自相似的对象的特点是它无统一的特征尺度,但存在着标度律(Scaling)。在地质学上自相似的一个例子是古登堡—里克特公式所示的震级—频度关系。地震所释放的能量是没有一个特征量级的,但存在不同能级之间的标度律,即 $\lg N = a - bM$ 。其中 $b$ 可以写成 $D/2$ 。这里的 $D$ 就是分数维。

关于分形的严格数学定义是:对于某一集合 $S$ ,如果其Hausdorff-Besicovith维数 $D(S)$ 严格地大于其拓扑维数 $D_T(S)$ ,那么集合 $S$ 才是分形的,而其对应的Hausdorff-Besicovith维数 $D$ 就叫做分数维。

分数维是复杂程度或者填充度的度量, $D$ 越大,对应的几何对象越复杂。自然界中许多现象都是分形的,分数维几何学在超细粒子表面物理、凝聚态表面物理、地表形态、晶体结构以及断裂机理和地震科学中有着广泛的应用。

### 2. 地震学领域中关于分形结构的研究及其意义

在地震学领域中,关于分形结构的研究在近几年取得了相当大的进展。Brown和Scholz(1985)通过实测证明了断层和节理面是分形的;Tnotte(1986)列举事实证明了岩石由于风化、爆炸和撞击破坏所产生的结构常常是分形的;W.L.Power(1987)研究了大量的自然断层面,也证明了断层面上不均匀体分布存在标度律,断面是分形的;彭成斌等

(1987)找到了具有分形结构的假化石,它是由锰结核充填自然裂纹而形成的。地震作为岩石破裂过程的产物,也具有分形结构。古一里公式反映了大小地震之间的标度律(Mogi, 1962; Aki, 1981)。依据古一里公式, Aki(1987)在一定假设基础上导出了断裂带的分数维 $D = 2b$ 。陈颀等在实验中测量了声发射事件,发现Aki的结论与实验结果基本吻合; Kagan和Knopoff(1981)论证了地震的时间序列是分形的,在时间上地震丛集过程的分数维 $D = 0.126 \sim 0.255$ (R·Samalley, 1987); Kagan and Knopoff(1980)还证明了地震的震中分布也是分形的,其分数维为 $1 \sim 1.5$ ; Sadoyskiy(1984)用数盒子的办法证明了世界范围之内和在Narek地区震中分布是分形的(世界范围内 $D = 1.6$ ,在Narek地区 $D = 1.4$ ); Takayuki, Hirata(1987)通过实验也证明了声发射事件在空间上的分形分布,还发现随着岩石的破坏,出现分数维下降的现象,即 $D$ 从2.75降至2.25。

分形不仅是对地震事件的一种几何描述,而且反映了地震孕育过程中深刻的物理本质。如前所述,许多实验都发现在岩石的应变局部化过程中出现减熵有序化和降维的趋势。随着外载荷的增加,首先是均匀的变形阶段,微破裂在空间上是均匀分布的,这时 $D = 3$ ;当变形达到一定程度之后,岩石内部自发地出现微破裂丛集。这种丛集过程(或者说是由不稳定的均匀定态分叉出不均匀的稳定定态的过程,也即耗散结构的形成过程)是一自相似过程,它对应着震源区的结构有序性。声发射事件的分形分布是系统从无序走向有序反映,也可以说分数维 $D$ 是孕震系统中序的量度。彭成斌和陈颀(1987)在一定假设下导出了维数 $D$ 与系统熵 $S$ 之间有如下函数关系:

$$S/k = (D - 2)^3 \lg A/r_0 + \lg r_0 (D - 2) - (3 - D) \lg 2\pi / (D - 2) - \frac{3 - D}{D - 2}.$$

式中 $K$ 是玻尔兹曼常数, $A$ 和 $r_0$ 是常量。由此可知,岩石变形的降维过程也就是系统减熵走向有序化的过程。岩石在高应力状态下所表现出来的许多性质,如自发的应变局部化现象、降维现象、减熵现象等等在非线性耗散动力系统中得到了统一。

### 3. 分数维理论在研究断裂问题中的某些应用

#### (1) 几个实验的发现及启示

##### a. 裂纹生长的可逆性问题

Obreimoff在1930年作了一个非常有意义的实验,即在一块云母薄片层下方,楔入一厚度为 $h$ 的玻璃楔块,使裂纹沿解理面扩展。发现裂纹扩展经常伴随可见的静电放电现象,而且,在真空实验中,如果把玻璃楔块向外退出一部分,裂纹也向后退缩,好象“愈合”了一样。

##### b. 裂纹分叉

Johnson, J.W. and Holloway, D.G. 1966年的实验结果显示,当玻璃棒被拉伸时,裂纹从原来的缺陷启裂后,在一个比较光滑的面上开始加速(镜区)。在其扩展的某一临界阶段,沿裂纹前沿开始分叉,产生了明显凹凸不平的断裂面(羽毛区)。这时未发现裂纹前进速度变慢。裂纹继续分叉,又在前方产生更次一级的过渡区(雾区)。最后形成破碎的、不光滑的断裂面。

##### c. 断裂面的分形结构

Mu Zaiqing等1987年在实验中发现破裂面上结构体(或岛屿)的总面积与其周长存在很好的标度律,断层面是分形的。图1为实验结果。实验样品是30CrMnSiNi<sub>2</sub>A高强度

钢, 样品的  $k_{IC} = 3300 \text{ kg/mm}^{\frac{3}{2}}$ 。测量尺子长度为  $1.85 \mu\text{m}$ 。实验还发现断裂韧性  $k_{IC}$  与破坏后断层面的分数维  $D_f$  有很好的指数关系 (图 2),  $k_{IC}$  越大, 破坏后的  $D$  值反而越小。

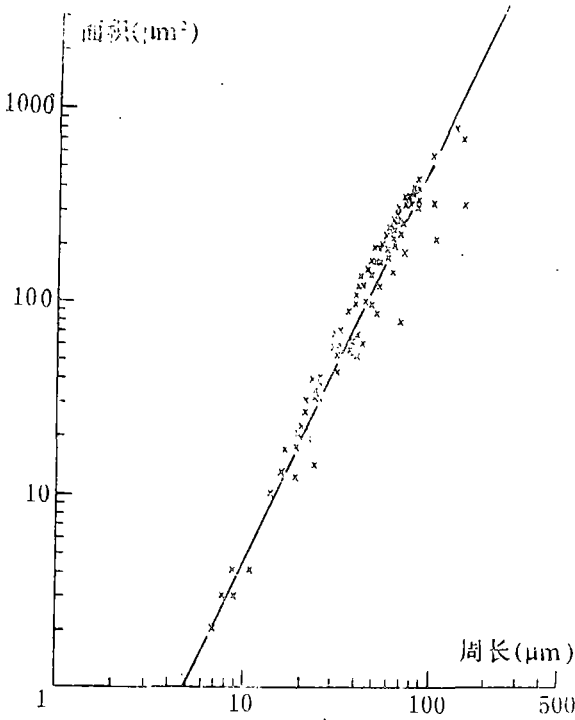


图 1 破裂面总面积与周长的关系

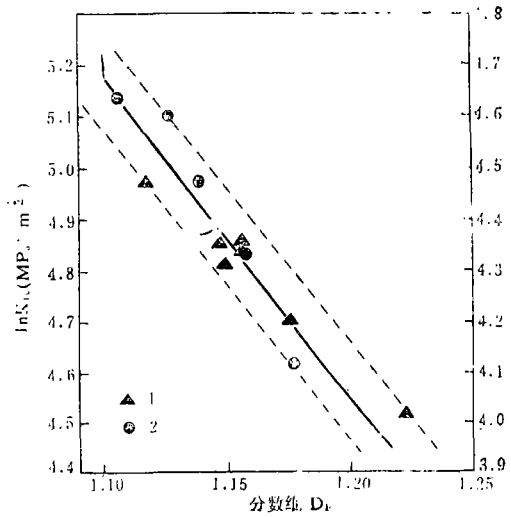


图 2  $\ln k_{IC}$  (断裂韧性) 与破坏后断层面的分数维  $D_f$  的关系

1. 24SiMnCrNi<sub>2</sub>Mn<sub>0</sub>钢在不同温度下经热处理后的实验结果
2. 30CrMnSiNi<sub>2</sub>A钢在5种不同温度下的实验结果

d. 微破裂事件在空间上的分形分布

Takayuki (1987) 发现, 随着岩石中应变局部化的发展, 微破裂在空间上出现丛集, 呈现出分形分布, 而且其维数  $D$  随破坏过程的发展而下降。陈颢等 (1986) 通过  $b$  值测量, 也发现了  $D$  值的类似下降特征。由此得到的结论是, 应变局部化过程总是伴有降维现象的发生。

(2) 断层的分形模型

图 3 为二维断层的分形模型。该模型显示, “Z” 字型断面上不断地叠加上次一级 “Z” 字型断裂。剪切断裂能  $G_c$  依赖于断面面积或长度  $L(\epsilon)$ 。  $L(\epsilon)$  是以  $\epsilon$  为尺度所量得的长度。这里将  $\epsilon$  定义成接触特征长度。表面能  $r_s$  可以表示成  $r_s = r_s^0 L(\epsilon) / L_0(\epsilon)$ , 式中  $r_s^0$  是平直表面的表面能,  $L_0(\epsilon)$  是对平直断面用测尺  $\epsilon$  所测得的长度, 显然它是一个常量。因此  $r_s = AL(\epsilon)$ 。依据 Griffith 平衡推测, 有  $G_c = 2r_s$ 。可以推出  $G_c \propto L(\epsilon) = \epsilon^{1-D}$ 。则  $\lg G_c \propto (1-D) \lg \epsilon$ 。由此可以很好地解释了  $k_{IC}$  (即  $G_c$ ) 与  $D_f$  的测量结果。它表明,  $k_{IC}$  或  $G_c$  越大的材料, 断面上  $D_f$  越小, 或越光滑。

特征接触长度  $\epsilon$  是随着摩擦滑动过程越来越大的, 因此  $G_c$  将迅速减少, 也即每一次粘滑失稳所释放的能量越来越小, 最终走向稳定的滑动。因此随着摩擦过程的发展, 断层将走向 Smoothing 化。

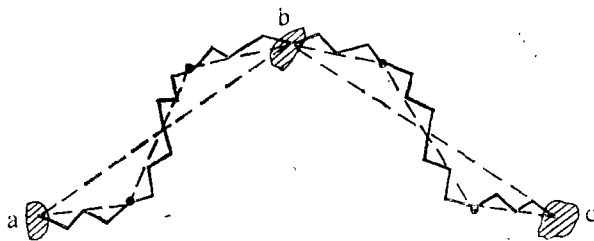


图3 二维断面分形模型

#### 4. 讨论

越来越多的实验事实表明，岩石破坏过程与其说是一个弹性力学问题，不如说是一个力学和热力学过程耦合的热动力学过程。值得重视的是，描述岩石破坏的物理量中温度  $T$  的分布（即温度场）是必不可少的。它提供了一种具有正反馈的失稳机制，即当施加压力增加时，最初的静态位错和其它缺陷被激活，在岩石样品内运动产生大量热能，而这又反过来增加缺陷的数量。它与变形诱发的冷却机制是相对抗的。这二种机制在某一临界点达到相互平衡，这点正是弹性和塑性的分界点。因此，岩石的破坏过程应视为远离平衡态条件下的非线性动力过程。

地震中的分形结构的研究率先突破了纯力学的局限，它对地震孕育系统物理过程的认识有着指导性的作用。关于地震中存在分形结构的物理基础的研究将越来越多地受到地震学界的重视。

#### 参 考 文 献

- [1] 彭成斌、陈颐，地震中的分形结构，中国地震，Vol. 5, No. 2, 1989.
- [2] B.B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman, 1983.
- [3] L. Pietronero and E. Tosatti, *Fractals in Physics*, North-Holland, 1986.
- [4] B.R. 劳思、T.R. 威尔肖，脆性固体断裂力学，陈颐等译，地震出版社。
- [5] I.I. 普利高津等，探索复杂性，罗久里译，四川教育出版社，1988.
- [6] G. Nicolis, Is there a climate attractor? *Nature*, p311, 1984.

### APPLICATION OF FRACTAL THEORY IN SEISMIC SCIENCE

Peng Chengbin

(*Institute of Geology, SSB, Beijing, China*)

Chen Yong

(*State Seismological Bureau, Beijing, China*)