

# 应用动态时变参数多层递阶法 进行地震预报研究

杨立明 郭大庆 石特临

(国家地震局兰州地震研究所)

## 摘 要

本文研究了动态时变参数多层递阶法的原理及其在地震预报中应用的具体实施步骤。该方法充分考虑了系统的时变特性,使内符精度较高,在较小的震级误差范围内一步预报结果与实际情况相吻合。因此该方法有一定的应用价值,值得进一步推广。

关键词:时变参数多层递阶法;震级预报;单项手段预报

## 引言

动态时变参数多层递阶法是一种对非线性过程进行线性化处理的方法,采用时变参数模型模拟实际过程,使得本方法与传统的定常参数模型相比,有一定的进步性。地震系统是一个复杂系统,其自身的变化规律具有随时间变化的特征,因此地震系统是一个时变的动态复杂系统。作者拟将动态时变参数多层递阶法应用于地震预报研究中,本文讨论了该方法对震级序列的建模及预报问题。

## 一、动态时变参数多层递阶法的原理及建模预报方法

### 1. 原理

对于一般的非线性系统

$$y_k = f[Y_{k-1}, U_k, \theta(k), k], \quad (1)$$

其中  $y_k$  是一维输出,  $U_k$  是一维输入,  $\theta(k)$  是  $m$  维时变参数, 且

$$Y_{k-1} = \{y_0, y_1, \dots, y_{k-1}\}; U_{k-1} = \{u_0, u_1, \dots, u_{k-1}\}.$$

利用动态时变参数多层递阶算法

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \frac{1}{\|\Phi(k)\|^2} \cdot \Phi(k) \{y_k - \Phi^T(k)\theta(k-1)\}. \quad (2)$$

模型(1)可以被线性模型

$$\begin{aligned} y_k &= \sum_{i=1}^p \alpha_i(k) y(k-i) + \sum_{j=0}^q \beta_j(k) u(k-j) \\ &= \Phi^T(k) \theta(k) \end{aligned} \quad (3)$$

所代替。其中

$$\begin{aligned}\theta^r(k) &= [\alpha_1(k), \alpha_2(k), \dots, \alpha_p(k), \beta_0(k), \beta_1(k), \dots, \beta_q(k)]; \\ \Phi^r(k) &= [y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, y_{k-p}, u(k), u(k-1), \dots, u(k-q)].\end{aligned}$$

证明过程可参阅文献[1]。该方法提供了模型线性化的途径,从而在处理一般的动态系统预报问题时,只考虑用形如(3)的线性模型就可以了。若系统为一维单输出系统,则模型仅取(3)的前半部分,即:

$$y_k = \sum_{i=1}^p \alpha_i(k) y_{k-i} \quad (4)$$

## 2. 动态时变参数的建模预报方法

应用观察资料,建立形如(4)的模型时,一般来讲,需要解决的问题有模型的阶和初值的选择,时变参数的确定及系统状态的预报等问题。

### (1) 模型阶和初值的选取

#### 1) 模型阶的选取

一般来说,如果模型的阶和初值选取得不当,得到的预报模型就会有较大的误差,此时模型(4)应该写成如下形式:

$$y_k = \sum_{i=1}^p \alpha_i(k) y_{k-i} + \varepsilon_k = \Phi^r(k) \theta(k) + \varepsilon_k \quad (5)$$

其中  $\Phi(k) = [y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, y_{k-p}]$ ;  $\theta(k) = [\alpha_1(k), \alpha_2(k), \dots, \alpha_p(k)]$ 。

若设  $\eta(k) = \theta(k) + \frac{1}{\|\Phi(k)\|_2} \Phi(k) \varepsilon_k$ ,

则  $\Phi(k)^r \eta(k) = \Phi^r(k) \theta(k) + \Phi(k)^r \frac{1}{\|\Phi(k)\|_2} \Phi(k) \varepsilon_k = \Phi^r(k) \theta(k) + \varepsilon_k$ 。

即  $y_k = \Phi^r(k) \theta(k) + \varepsilon_k = \Phi^r(k) \eta(k)$ 。 (6)

上述变换可称为参数的随机化补偿法。可以看出,无论模型的阶数选取的得当与否,由此带来的误差都会经时变参数的补偿而使等式(6)成立。同时,参数的随机化补偿法又是模型参数多层分析的基础。因此,模型阶数选取得当与否,对于它的预报效果不会有本质的影响,只会对分析是否便利带来影响。

#### 2) 模型初值的选取

由于建模算法

$$\eta(k) = \eta(k-1) + \frac{1}{\|\Phi(k)\|_2} \Phi(k) \{y_k - \Phi^r(k) \eta(k-1)\} \quad (7)$$

是一种迭代式,初值的选择对模型参数的辨识有一定的影响。为了寻求较好的建模初值,引入如下指标函数

$$J = \sum_{k=1}^N \|\eta(k) - \eta(k-1)\|^2 \quad (8)$$

以表示模型参数的时变程度,其中N是观察数据的个数。

由于  $\eta(1) = \eta(0) + \frac{1}{\|\Phi(1)\|_2} \Phi(1) \{y_1 - \Phi^r(1) \eta(0)\} = F_1[\eta(0)]$  ;

$$\eta(2) = \eta(1) + \frac{1}{\|\Phi(2)\|_2} \Phi(2) \{y_2 - \Phi^r(2) \eta(1)\} ;$$

$$\begin{aligned}
 &= F_1[\eta(0)] + \frac{1}{\|\Phi(1)\|^2} \Phi(2) \{y_2 - \Phi^T(2)F_1[\eta(0)]\} \\
 &= F_2[\eta(0)]; \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

$$\eta(N) = F_N[\eta(0)],$$

可见指标函数依赖于  $\eta(0)$ , 可记为

$$J = J[\eta(0)] \quad (9)$$

如果  $\eta^*(0)$  满足

$$J[\hat{\eta}^*(0)] = \min_{\hat{\eta}^*(0)} J[\eta^*(0)], \quad (10)$$

则  $\hat{\eta}^*(0)$  就是最佳估值。

根据(7)式, 指标函数可以表示成:

$$\begin{aligned}
 J &= \sum_{k=1}^N \frac{1}{\|\Phi(k)\|^2} [y_k - \Phi^T(k)\eta(k-1)]^2 \\
 &= \sum_{k=1}^N \frac{1}{\|\Phi(k)\|^2} \{y_k - \Phi^T(k)F_{k-1}[\eta(0)]\}^2. \quad (11)
 \end{aligned}$$

可见, 选取  $\eta(0)$  使  $T$  达最小, 实际上成为关于  $\eta(0)$  的最小二乘估计。在实际应用中, 可以对观察数据进行最小二乘 AR(P) 拟合:

$$x_k = \alpha_1 x_{k-1} + \alpha_2 x_{k-2} + \cdots + \alpha_p x_{k-p},$$

选取其参数  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$  作为

$$x_k = \sum_{j=1}^p \alpha_j(k) x_{k-j}$$

的初值。

## (2) 模型参数的多层分析

由前面的分析知道, 经参数的随机化补偿, 使得模型

$$y_k = \Phi^T(k)\theta(k) + \varepsilon_k$$

转化成

$$y_k = \Phi^T(k)\eta(k).$$

其中  $\eta^T(k) = \{\eta_1(k), \eta_2(k), \dots, \eta_N(k)\}$  构成了一个新的时间序列, 称  $\eta(k)$  为第一层时间序列,  $\{\eta(k)\}$  为第二层时间序列。

对第二层时序  $\{\eta(k)\}$  的平稳性进行检验, 若  $\{\eta(k)\}$  是平稳的, 可以建立它所满足的 AR 或 ARMA 模型, 得出系统参数的预报; 若  $\{\eta(k)\}$  是非平稳的, 具有时变特性, 则需对  $\{\eta(k)\}$  进行下一层的时序分析, 与上面类似, 直到得出平稳非时变的序列为止。这样就完成了时序的多层分析。这里的平稳性检验采用逆序法, 当  $|r/\sigma| > 1.96$  时, 对 5% 的显著性检验水平来讲, 序列是不平稳的, 其中  $r$  是与逆序总数相关的一个统计量,  $\sigma$  是  $r$  的标准差。

## (3) 递阶预报

递阶预报有两部分内容, 即系统时变参数的预报和在此基础上对系统状态的预报。具

体步骤如下:

1) 应用多层递阶参数估值算法, 对系统的时变参数  $\{\eta(k)\}$  进行估值。

2) 依据  $\{\eta(k)\}$  的系列估值检验其平稳性, 若平稳, 则建立其所满足的 AR 模型, 进而作出时变参数的预报; 若不平稳, 则可有两种方法: (I) 进行  $\{\eta(k)\}$  的多层分析, 作出时变参数的预报。(II) 寻求  $\{\eta(k)\}$  的变化规律, 依此规律作出时变参数的预报。

3) 按上面所得出的时变参数预报值, 作出系统状态的预报。

## 二、应用实例

本文以青藏高原北部地震区 ( $N32^{\circ}-43^{\circ}, E92^{\circ}-110^{\circ}$ ) 为例, 讨论对震级序列的时变参数建模及多层递阶预报。

对该区 1949 年 6 月—1990 年 10 月  $M_s \geq 5.0$  地震的采样序列如下:

6.0	5.0	5.5	5.3	6.0	6.0	5.5	7.2	7.0	5.7
5.2	5.0	5.5	5.0	5.1	6.0	5.0	5.7	6.7	5.8
5.9	6.8	5.5	7.0	5.0	5.8	5.3	5.1	5.2	5.3
5.4	5.1	5.5	6.5	5.2	5.5	6.5	5.6	5.3	6.4
7.2	6.3	5.3	5.3	6.2	6.0	5.6	5.2	5.5	5.6
5.3	5.3	5.3	5.2	6.7	6.2	5.5	5.4	5.2	5.1
6.9	6.2								

其中平均采样间隔 7.6 个月, 取为 8 个月。

### 1. 时变参数建模及多层递阶预报

为了减少计算, 先对原始数据进行对数预处理, 建模及预报分以下几步进行:

(1) 对对数预处理后的数据序列, 建立其近似 AR(P) 定常参数模型, 作为动态时变参数模型的初估计:  $x_n = 0.4856x_{n-1} + 0.1619x_{n-2} + 0.3513x_{n-3}$ , 所以可设动态时变参数模型为:

$$x_n = \alpha_1(k)x_{n-1} + \alpha_2(k)x_{n-2} + \alpha_3(k)x_{n-3}$$

其中参数初值:

$$\alpha_1(0) = 0.4856, \alpha_2(0) = 0.1619, \alpha_3(0) = 0.3513$$

(2) 对上述动态时变模型利用算法(2)进行时变参数的递阶运算, 得出时变参数  $\text{para}(k, j)$ 、震级计算值  $X_1(k)$ 、震级实测值  $X(k)$ 、及两者之差  $dx$ , 如表 1 所示。

从表 1 可以看出,  $X_1(k) = X(k)$ ,  $dx = 0.000$ , 即是说计算值与实测值在精确到小数点后三位的精度内能很好地符合, 内符准确率很高, 从而说明算法(2)确实能提高计算精度, 同时也说明计算出的时变参数与实际震级能较好地符合。

对各时变参数序列进行平稳性检验, 得出第一序列的  $r/\sigma = -4.702$ , 第二序列  $r/\sigma = 1.916$ , 第三序列  $r/\sigma = 2.465$ , 可见对  $j=1, 3$  两序列其  $|r/\sigma| > 1.96$ , 所以这两序列尚不平稳, 需要进行分析。

(3) 对  $j=1$  的时变序列进行分析, 作出其时间次序的展布图及相关函数如图 1、图 2

表1 时变参数及震级计算、实测值对应表

k	para(k,j)			x	x <sub>1</sub>	dx
4	0.476	0.153	0.341	1.668	1.668	0.000
5	0.514	0.192	0.378	1.792	1.792	0.000
6	0.495	0.174	0.360	1.792	1.792	0.000
7	0.477	0.156	0.343	1.705	1.705	0.000
8	0.526	0.207	0.394	1.974	1.974	0.000
9	0.496	0.181	0.367	1.946	1.946	0.000
10	0.457	0.142	0.333	1.740	1.740	0.000
11	0.444	0.127	0.318	1.649	1.649	0.000
12	0.450	0.134	0.326	1.609	1.609	0.000
13	0.488	0.172	0.366	1.705	1.705	0.000
14	0.466	0.152	0.345	1.609	1.609	0.000
15	0.479	0.166	0.358	1.629	1.629	0.000
16	0.506	0.192	0.386	1.792	1.792	0.000
17	0.457	0.147	0.342	1.609	1.609	0.000
18	0.492	0.186	0.377	1.740	1.740	0.000
19	0.505	0.199	0.392	1.902	1.902	0.000
20	0.468	0.165	0.360	1.758	1.758	0.000
21	0.470	0.167	0.362	1.775	1.775	0.000
22	0.488	0.185	0.381	1.917	1.917	0.000
23	0.444	0.144	0.341	1.705	1.705	0.000
24	0.498	0.205	0.397	1.946	1.946	0.000
25	0.410	0.127	0.310	1.609	1.609	0.000
26	0.465	0.195	0.369	1.758	1.758	0.000
27	0.432	0.164	0.332	1.668	1.668	0.000
28	0.449	0.182	0.348	1.629	1.629	0.000
29	0.449	0.182	0.349	1.649	1.649	0.000
30	0.459	0.192	0.359	1.668	1.668	0.000
31	0.463	0.196	0.362	1.686	1.686	0.000
32	0.448	0.181	0.347	1.629	1.629	0.000
33	0.466	0.199	0.366	1.705	1.705	0.000
34	0.493	0.226	0.393	1.872	1.872	0.000
35	0.431	0.169	0.339	1.649	1.649	0.000
36	0.449	0.190	0.358	1.705	1.705	0.000
37	0.472	0.212	0.383	1.872	1.872	0.000
38	0.441	0.183	0.355	1.723	1.723	0.000
39	0.433	0.175	0.348	1.668	1.668	0.000
40	0.466	0.209	0.384	1.856	1.856	0.000
41	0.486	0.227	0.403	1.974	1.974	0.000
42	0.445	0.188	0.368	1.841	1.841	0.000
43	0.409	0.150	0.333	1.668	1.668	0.000
44	0.418	0.160	0.343	1.668	1.668	0.000
45	0.461	0.203	0.390	1.825	1.825	0.000
46	0.453	0.196	0.383	1.792	1.792	0.000
47	0.437	0.179	0.368	1.723	1.723	0.000
48	0.419	0.161	0.350	1.649	1.649	0.000
49	0.440	0.182	0.372	1.705	1.705	0.000
50	0.446	0.188	0.378	1.723	1.723	0.000
51	0.437	0.179	0.369	1.668	1.668	0.000
52	0.437	0.179	0.369	1.668	1.668	0.000
53	0.438	0.180	0.370	1.668	1.668	0.000
54	0.438	0.180	0.370	1.649	1.649	0.000
55	0.490	0.233	0.423	1.902	1.902	0.000
56	0.449	0.197	0.387	1.825	1.825	0.000
57	0.425	0.172	0.365	1.705	1.705	0.000
58	0.417	0.163	0.356	1.686	1.686	0.000
59	0.420	0.167	0.360	1.649	1.649	0.000
60	0.428	0.175	0.368	1.629	1.629	0.000
61	0.493	0.240	0.435	1.932	1.932	0.000
62	0.443	0.198	0.392	1.825	1.825	0.000

所示。由图1可以看出,该序列具有缓慢的衰减的趋势,同时存在周期性的振荡,图2表

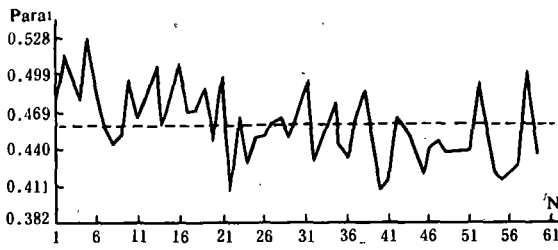


图1 J=1的时变参数序列对次序N的分布图

Fig. 1 Curve of time-varying parameter series with order N for j=1

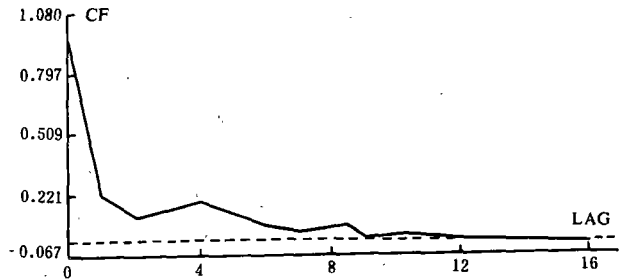


图2 J=1的时变参数序列相关图

Fig. 2 Correlation diagram of time-varying parameter series for j=1

明,该振荡周期为延迟4,即约32个月。因此,可以把该序列看成由三部分构成:指数关系  $Ee^n$  的缓慢衰减,周期关系  $A(B\cos\omega t + C\sin\omega t)$  的振荡和随机噪音。用最小二乘法提取前两部分分量为:

$$para(t,1)^{(1)} = 0.484e^{-0.00198t};$$

$$para(t,1)^{(2)} = -0.007224(0.984\cos\frac{2\pi}{4}t + 0.176\sin\frac{2\pi}{4}t).$$

对提取后的序列进行平稳性检验得到  $r/\alpha = -0.307$ , 可见  $|r/\alpha| < 1.96$ , 该序列已经平稳,对其进行AR拟合,得到:

$$para(t,1)^{(3)} = 0.0368para(t-1,1)^{(3)} - 0.0956para(t-2,1)^{(3)}.$$

因此,对  $j=1$  的序列的预报由下式进行:

$$para(t,1) = para(t,1)^{(1)} + para(t,1)^{(2)} + para(t,1)^{(3)}.$$

取4步预报结果为:

$$para(63,1) = 0.419; para(64,1) = 0.427;$$

$$para(65,1) = 0.436; para(66,1) = 0.429.$$

(4)对  $j=2$  的时变参数序列,由于其已经平稳,故按平稳序列处理,建立其对应的AR(P)模型为:

$$para(t,2) = 0.1917para(t-1,2) + 0.0925para(t-2,2) + 0.1275para(t-3,2) + 0.1850para(t-4,2) + 0.1968para(t-5,2) + 0.1986para(t-6,2).$$

作出相应的4步预报为:

$$para(63,2) = 0.1807; para(64,2) = 0.1821;$$

$$para(65,2) = 0.1899; para(66,2) = 0.1959.$$

(5)对  $j=3$  的时变参数序列,作出其相应的对时间的分布图和相关图如图3、图4所示。可以看出,图3的曲线存在缓慢上升趋势,且上升速率前半部分较大,而后半部分较

小,同时图4表明该序列存在有延迟为4的周期性。因此仍按处理j=1序列的同样方法得出4步预报结果为:

$$\begin{aligned} para(63,3) &= 0.367; para(64,3) = 0.377, \\ para(65,3) &= 0.388; para(66,3) = 0.383. \end{aligned}$$

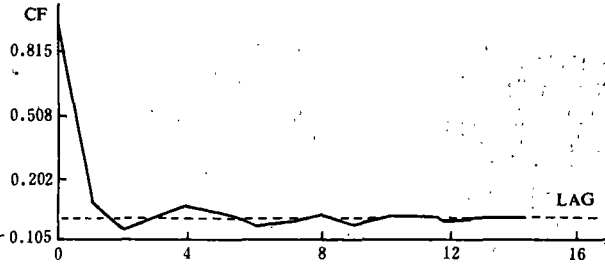


图3 J=3的时变参数序列相关图

Fig. 3 Correlation diagram of time-varying parameter series for j=3

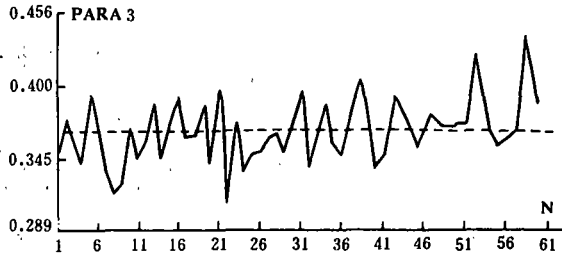


图4 J=3的时变参数序列对次序N的分布图

Fig. 4 Curve of time-varying parameter series with order N for j=3

(6)至此已完成了对系统时变参数的预报,因此就可以应用动态时变模型

$$x_n = a_1(k)x_{n-1} + a_2(k)x_{n-2} + a_3(k)x_{n-3}$$

来进行“震级”的预报,其相应的4步预报结果为:

$$\begin{aligned} x'(63) &= 1.7121; x'(64) = 1.7915; \\ x'(65) &= 1.8145; x'(66) = 1.7853. \end{aligned}$$

转换成相应的震级为:

$$\begin{aligned} x(63) &= 5.5; & x(64) &= 6.0; \\ x(65) &= 6.1; & x(66) &= 6.0. \end{aligned}$$

### 2. 预报结果的分析

一般来讲,由于实际地震过程的复杂性,要求及时补充新的资料以对预报结果进行修正,递推预报也只在有限步长内有意义,预报的信度随步长的增加而递减。下面对部分预报结果进行分析。

由采样过程知道,采样地震的平均时间间隔为 $8 \pm 5$ 个月,以此推算,由于最近的一次采样地震的时间是1990年10月,则相应于前三步预报的发震时段及震级见表2。

1990年10月以来研究区内未发生 $M_s \geq 5.5$ 级以上的地震。1991年9月20日共和 $M_s 5.3$ 级地震处于第一个预报的时段内,震级相差0.2,第二步预报的震级偏大。

为了对本方法的预报性能有进一步的认识,把1991年9月20日共和 $M_s 5.3$ 地震作为新的资料补充进去,用同样的方法处理得前三步的预报结果见表3。

由表3可见,一步预报与实际情况相比,时间段正确,震级相差0.3,二步预报时间段亦正确,震级相差0.4。

因此,可以认为一步预报结果与实际情况能较好地符合,多步预报结果有待进一步的

表2 三步预报时段及震级

预报时段	1991年6月±5	1992年2月±5	1992年10月±5
震级	5.5	6.0	6.1

表3 补充资料后的三步预报与实际对应表

预报时段、震级	1992年5月±5, M,5.7	1993年1月±5, M,5.8	1993年9月±5, M,5.5
实际时段、震级	1992年1月, M, 5.4	1992年12月, M, 5.4	

研究。

### 三、结语

本文从非线性数学模型的线性化处理的角度出发,研究探索了动态时变参数多层递阶法的原理及在地震预报中应用的具体实施步骤。研究表明,动态时变参数多层递阶法充分考虑了系统的时变特性及受随机扰动的作用,使内符精度较高,其一步预报结果在较小的震级误差范围内与实际情况相吻合,表明本文的方法具有一定应用价值,值得进一步推广。

多变量动态时变参数建模及多步预报的性能的评估还有待进一步的研究。

### 参考文献

- [1]韩志刚,多层递阶法及其应用,科学出版社,1989.  
 [2]Warren, Gihrist,统计预测,兰丽姐译,学术出版社,1985.

## EARTHQUAKE PREDICTION RESEARCH USING THE DYNAMIC-VARIABLE PARAMETER-MULTI HIERARCHIC METHOD

Yang Liming, Guo Daqing, Shi Telin

(Earthquake Research Institute of Lanzhou, SSB, China)

### Abstract

This paper deals with a new principle of the dynamic-variable parameter-multi hierarchic method and its specific implement step in earthquake prediction. The variable parameter with time is considered in the method. The difference of the imitative value calculated by the method from reality is very small. One step-prediction by the method is identical with the reality in a few range of error. So this method is of certain applicable value.

**Key Words:** Method of Dynamic-Variable Parameter-Multi Hierarchic; Magnitude Prediction; Single Disciplinary Prediction