

30-39 / 层状介质中膨胀圆台体震源模型的应力场、
应变场及位移场计算

马钦忠

(国家地震局兰州地震研究所, 兰州 730000)

钱家栋

(国家地震局分析预报中心)

摘要 用两层介质中存在的一膨胀圆台体作为模型以便模拟地幔物质上涌孕震的力源模式. 计算了层状介质结构条件下结构底部膨胀圆台模拟力源在不同横向、纵向尺度以及不同锥角时的应力场、应变场及位移场的变化. 结果表明, 介质中及地表附近的应力场、应变场、位移场不仅与上涌力源的几何参数和物理参数有关, 而且也受到层状介质结构参数的制约和影响. 这种数值模拟不仅为解释上地幔物质向地壳下部侵入的现象提供了一种有意义的方法, 而且表明对于考虑地幔物质上涌孕震过程有关的前兆场分布而言, 必须认真考虑介质结构不均匀性问题.

主题词 震源模型, 孕震过程, 膨胀圆台体, 地幔物质, 层状介质

1 引言

在地震前兆现象的分析中, 往往要通过前兆现象而究其所产生的原因. 一种看法认为它们是由于震源作用在地面附近所造成的力学效应而引起的, 因而研究震源所产生的应力、应变及位移场是很有意义的. 震源的情况相当复杂, 人们往往将其简化为某种特定的形式而加以研究. 其中的一种孕震模型就是上地幔物质上涌模型^{[1], [4]}. 在某些地区地壳较薄, 地壳温度与热流值较高, 构造运动强烈, 沉积层较厚, 表明深部扩张作用正在继续. 这种作用与区域热场分布特征说明其下莫霍面可能上隆, 而且莫霍面在原已上隆的基础上又出现过新的上隆^[2, 3]. 地幔上隆可以孕育陆内大地震, 例如唐山地震与地幔上隆密切相关^[1]. 因而对该类孕震模式的数值计算显得很有必要. 但是由于数值模拟对形状较不规则的模型显得较为困难, 因而所选定的模型会受到种种限制, 例如, 以往的上涌模式主要是半无限空间中有一向上侵入的地下侵入体或是层状介质模型. 而对于层状介质的下方存在上涌地质体的模式研究尚未见到. 然而, 层状介质中上涌地质体的模式更为接近于实际情况. 由于地震的孕育是一个流变过程^[4], 因而对地幔物质向地壳下部侵入的形狀的研究也显得很有必要. 在地质构造上, 地表浅层显示出大量断层的存在, 它们成带分布, 表现为明显的脆性破裂或粘滑运动, 是一个复杂的应力、应变积累

* 地震科学联合基金资助项目

收稿日期: 1996-10-14

第一作者简介: 马钦忠, 男, 1959年11月出生, 副研究员, 从事电磁及地电预报地震的研究工作.

① 中国地球物理学会, 第一次全国地壳与上地幔物理学术讨论会文集, 1984.

过程,实际上是流变过程.进一步探索地壳上部的脆性表现和地壳至上地幔的流变形式对研究地震成因的双层破裂模式是很有意义的^[5].本文在前人工作的基础上^[6],选定了较为复杂的力源模型即两层介质的下方有一均匀膨胀圆台体的模型来模拟震源所产生的应力场、应变场及位移场并给出了初步的模拟结果.

2 模型及计算公式

所选模型如图 1 所示,在水平两层介质下方有一膨胀圆台体. h 是上层介质的层厚, H_1 是地表距膨胀圆台体顶部的深度, H_2 是地表距膨胀圆台体底部的深度. r_0 是膨胀圆台体上底面半径, θ 是圆台体的锥角. 由于该问题具有对称性,取柱坐标,原点选在地表, z 轴垂直于地面且过圆台对称轴. 在柱坐标下,圆台体曲面方程为

$$r' = r_0 + (z' - H_1)\text{tg}\theta \quad H_1 \leq z' \leq H_2$$

令 (r', z') , (r, z) 分别是圆台内外的点坐标.

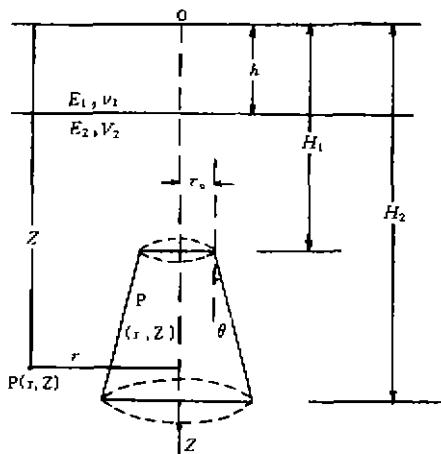


图 1 地质体的计算模型

Fig. 1 Calculation model of geological body.

根据弹性力学理论(在柱坐标下的轴对称问题中),弹性体处于平衡时,其中各点满足下列平衡方程:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + f_r &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} + f_z &= 0 \\ \tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = f_\theta &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{rz}, \tau_{r\theta}$ 和 $\tau_{\theta z}$ 是应力分量, f_r, f_θ 和 f_z 是体积力 \vec{F} 在柱坐标中的三个分量,不考虑重力影响,并设圆台内体积力有势,则圆台体的均匀膨胀问题可化为温度应力等效处理,即设圆台内温度为 $T = T_0$ (常数),圆台外温度为零,不考虑热传导、热辐射效应.故在下层介质中有:

$$\vec{F}_2 = -\gamma \nabla T_2 \quad (2)$$

式中 $\gamma = \alpha_1 E_2 / (1 - 2\nu_2)$, E_2 和 ν_2 分别是下层介质的扬氏模量和泊松比, α_1 是圆台体的温度系数.

在上层介质中 $\vec{F}_1 = 0$.

方程组(1)在下层介质中是一个非奇次线性偏微分方程组,它的通解是该非奇次方程的一个特解与相应奇次方程的通解之和,这样就可满足边界条件.而这一特解可用位移势函数的方法求解.

引用热弹性位移势函数 $\Phi(r, z)$, 则位移特解取为 $\vec{u}' = \nabla \Phi$, 这样,利用(1)式的位移平衡方程即拉梅方程,将(2)式及 $\vec{u}' = \nabla \Phi$ 代入拉梅方程经整理,可得:

$$\nabla^2 \Phi = \begin{cases} mT & (\text{在圆台内}) \\ 0 & (\text{在圆台外}) \end{cases} \quad (3)$$

式中 $m = \alpha_1(1 + \nu_2)/(1 - \nu_2)$

在电动力学中,对于泊松方程

$$\nabla^2 \Phi(r, z) = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho(r', z')$$

有解

$$\Phi(r, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_v \frac{\rho(r', z')}{|PP'|} dv'$$

其中 $|PP'| = \sqrt{(r-r')^2 + (z-z')^2}$. 类似地, 对方程(3), 其解为

$$\Phi(r, z) = A_1 \int \frac{T_0}{|PP'|} dv' \quad (4)$$

其中 $A_1 = -m/(4\pi)$, v' 为圆台体的体积. 将 $\frac{1}{|PP'|}$ 级数展开, 有

$$\begin{aligned} \frac{1}{|PP'|} &= \frac{1}{\sqrt{(r-r')^2 + (z-z')^2}} = \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z-z')^2}} + \frac{rr'}{[r^2 + (z-z')^2]^{3/2}} + O(r') \\ &= \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z-z')^2}} (1 + a) + O(r') \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $a = (r'/r)/[1 + (z-z')^2/r^2]$, 当 $a < 0.01$ 时可将其略去. 故点 (r, z) 的选取应使当圆台体内的最大坐标值 (r'_{\max}, z'_{\max}) 取定时 $a < 0.01$, 此时

$$\frac{1}{|PP'|} = \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z-z')^2}} \quad (6)$$

例如当 $\frac{r'_{\max}}{r} < 0.01$ 时一定能保证 $a < 0.01$; 而当 r 相当于 r' 且 $[1 + (z-z')^2/r^2] > 100$ 时, 则 $a < 0.01$. 将(6)式代入(4)式, 有

$$\begin{aligned} \Phi(r, z) &= A_1 \int_v \frac{T_0}{\sqrt{r^2 + (z-z')^2}} dv' \\ &= A_1 T_0 \int_v \left[\int_0^\infty e^{-\lambda|z-z'|} \cdot J_0(\lambda r) d\lambda \right] dv' \\ &= A_1 T_0 \cdot 2\pi \int_{H_1}^{H_2} dx' \int_0^{r_0 + (z-H_1) \tan \theta} r' \left[\int_0^\infty e^{-\lambda(z-z')} J_0(\lambda r) d\lambda \right] dr' \\ &= 2\pi A_1 T_0 \int_0^\infty J_0(\lambda r) [g_1(\lambda) + g_2(\lambda)] e^{\lambda z} d\lambda \end{aligned}$$

令 $G(\lambda) = 2\pi A_1 T_0 [g_1(\lambda) + g_2(\lambda)]$, 则

$$\Phi(r, z) = \int_0^\infty G(\lambda) e^{\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (7)$$

其中 $g_1(\lambda)$ 和 $g_2(\lambda)$ 为已知函数, J_0 为零阶贝塞尔函数.

由应力分量与热弹性位移势的关系^[7], 将(7)式代入后可得第二层介质中的应力特解:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_r^{(2)} &= -2\mu_2 \left[\int_0^\infty G(\lambda) e^{\lambda z} J_0(\lambda r) \lambda^2 d\lambda - \frac{1}{r} \int_0^\infty G(\lambda) e^{\lambda z} J_1(\lambda r) \lambda d\lambda \right] \\ \bar{\sigma}_\theta^{(2)} &= -(2\mu_2/r) \int_0^\infty G(\lambda) e^{\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda \\ \bar{\sigma}_z^{(2)} &= 2\mu_2 \int_0^\infty G(\lambda) e^{\lambda z} J_0(\lambda r) \lambda^2 d\lambda \\ \bar{\tau}_{rz}^{(2)} &= -2\mu_2 \int_0^\infty G(\lambda) e^{\lambda z} J_1(\lambda r) \lambda^2 d\lambda \\ \bar{\tau}_{r\theta}^{(2)} &= \bar{\tau}_{\theta r}^{(2)} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中 $\mu_2 = E_2/[2(1 + \nu_2)]$ 为下层介质的剪切模量.

第二层介质中相应于奇次方程的应力通解满足如下方程:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

而上层介质在方程(1)中没有非奇次项,故其通解亦满足(9)式.

解方程(9)将可给出上层介质与下层介质中相应的奇次方程的通解 $\sigma^{(1)}$ 和 $\sigma^{(2)}$. 引入拉甫函数 Φ , 使其满足双调和方程:

$$\nabla^4 \Phi = 0 \quad (10)$$

应用汉克尔变换,解双调和方程(10),并代入条件 $\Phi_2|_{z \rightarrow \infty} < M$, 这里 M 为 Φ_2 的上界,从而可以得到:

$$\Phi_1 = \int_0^\infty \lambda^{-2} [(A + Cz)e^{\lambda z} + (B + Dz)e^{-\lambda z}] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (11)$$

$$\Phi_2 = \int_0^\infty [F_1 + F_2 \lambda (z - h)] e^{-\lambda(z-h)} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (12)$$

利用文献[7]中给出的拉甫位移函数与应力分量的关系,可解得上层介质与下层介质中奇次方程的应力通解,并在第二层介质中将奇次解和特解(8)相迭加,便得出上、下两层介质中的应力通解分别如下:

在上层介质中:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_r^{(1)} &= 4\mu_1 \int_0^\infty \left[\lambda e^{\lambda z} \cdot A - \lambda e^{-\lambda z} \cdot B + \left(\frac{3}{2} + \lambda z\right) e^{\lambda z} C + \left(\frac{3}{2} - \lambda z\right) e^{-\lambda z} D \right] J_0(\lambda r) d\lambda \\ &\quad - \frac{4\mu_1}{r} \int_0^\infty \left[e^{\lambda z} A - e^{-\lambda z} B + \frac{1 + \lambda z}{\lambda} e^{\lambda z} C + \frac{1 - \lambda z}{\lambda} e^{-\lambda z} D \right] J_1(\lambda r) d\lambda \\ \sigma_\theta^{(1)} &= 2\mu_1 \int_0^\infty (e^{\lambda z} C + e^{-\lambda z} D) J_0(\lambda r) d\lambda \\ &\quad + \frac{4\mu_1}{r} \int_0^\infty \left[e^{\lambda z} A - e^{-\lambda z} B + \frac{1 - \lambda z}{\lambda} e^{-\lambda z} D \right] J_1(\lambda r) d\lambda \\ \sigma_z^{(1)} &= 4\mu_1 \int_0^\infty \left[-\lambda e^{\lambda z} A + \lambda e^{-\lambda z} B + \left(\frac{1}{2} - \lambda z\right) e^{\lambda z} C + \left(\frac{1}{2} + \lambda z\right) e^{-\lambda z} D \right] J_0(\lambda r) d\lambda \\ \tau_{rz}^{(1)} &= 4\mu_1 \int_0^\infty \left[\lambda e^{\lambda z} A + \lambda e^{-\lambda z} B + \left(\frac{1}{2} + \lambda z\right) e^{\lambda z} C - \left(\frac{1}{2} - \lambda z\right) e^{-\lambda z} D \right] J_1(\lambda r) d\lambda \\ \tau_{\theta r}^{(1)} &= \tau_{\theta z}^{(1)} = 0 \end{aligned} \right. \quad (13)$$

以上方程组中 $\mu_1 = E_1/[2(1 + \nu_1)]$ 为上层介质的剪切模量, E^1 和 ν_1 分别为上层介质的杨氏模量和泊松比.

在下层介质中:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r^{(2)} &= 4\mu_2 \int_0^\infty \left\{ \lambda^3 \left[\frac{3}{2} - \lambda(z-h) \right] e^{-\lambda(z-h)} F_2 - \lambda^3 e^{-\lambda(z-h)} F_1 \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{2} G(\lambda) e^{\lambda z} \lambda^2 \right\} J_0(\lambda r) d\lambda \\
 \sigma_\theta^{(2)} &= 2\mu_2 \int_0^\infty \lambda^3 e^{-\lambda(z-h)} F_2 \cdot J_0(\lambda r) d\lambda + \frac{4\mu_2}{r} \int_0^\infty \left\{ \lambda^2 [1 - \lambda(z-h)] e^{-\lambda(z-h)} \cdot F_2 \right. \\
 &\quad \left. - \lambda^2 e^{-\lambda(z-h)} F_1 - \frac{1}{2} G(\lambda) \lambda e^{\lambda z} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda \quad (14) \\
 \sigma_z^{(2)} &= 4\mu_2 \int_0^\infty \left\{ \lambda^3 \left[\frac{1}{2} + \lambda(z-h) \right] e^{-\lambda(z-h)} F_2 + \lambda^3 e^{-\lambda(z-h)} F_1 + \frac{1}{2} G(\lambda) e^{\lambda z} \lambda^2 \right\} J_0(\lambda r) d\lambda \\
 \tau_{rz}^{(2)} &= -4\mu_2 \int_0^\infty \left\{ \lambda^3 \left[\frac{1}{2} - \lambda(z-h) \right] e^{-\lambda(z-h)} F_2 - \lambda^3 e^{-\lambda(z-h)} F_1 + \frac{1}{2} G(\lambda) e^{\lambda z} \cdot \lambda^2 \right\} J_1(\lambda r) d\lambda \\
 \tau_{\theta z}^{(2)} &= \tau_{rz}^{(2)} = 0
 \end{aligned}$$

由于不同结构的岩石泊松比相差不大, 故在以上推导中已假定泊松比为 $\nu_1 = \nu_2 = \frac{1}{4}$.

以上求出了上、下两层介质的应力表达式(13)和(14). 另外还必须求出它们的位移表达式. 设 u_1 和 u_2 是位移矢量 \vec{u} 的两个分量, 由于轴对称, 故 $u_\theta = 0$. 在柱坐标下应变公式为

$$\epsilon_\theta = \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_\theta}{r \partial \theta} = \frac{u_r}{r}$$

由于 $u_r = \epsilon_\theta r$, 所以有:

$$u_r = \frac{r}{E} [\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)] \quad (15)$$

将(13)及(14)式及 $\nu_1 = \nu_2 = \frac{1}{4}$ 代入(15)式, 可得:

$$\begin{aligned}
 u_r^{(1)} &= 2 \int_0^\infty \left\{ e^{\lambda z} A - e^{-\lambda z} B + \frac{1 + \lambda z}{\lambda} e^{\lambda z} C + \frac{1 - \lambda z}{r} e^{-\lambda z} D \right\} J_1(\lambda r) d\lambda \\
 u_r^{(2)} &= \int_0^\infty \lambda \left\{ 2\lambda [(1 - \lambda z + \lambda h) F_2 - F_1] e^{-\lambda(z-h)} - G(\lambda) e^{\lambda z} \right\} J_1(\lambda r) d\lambda
 \end{aligned} \quad (16)$$

由应力函数和热弹性位移势 Φ 表示 z 方向的位移公式为:

$$u_z = \frac{1}{1 - 2\nu} \left[2(1 - \nu) \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \Phi + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (17)$$

将(7), (11)和(12)式代入上式并考虑 $\nu_1 = \nu_2 = \frac{1}{4}$ 和 $\Phi_1 = 0$, 可得:

$$\begin{aligned}
 u_z^{(1)} &= -2 \int_0^\infty \left\{ \left[\left(A + \left(z - \frac{1}{\lambda} \right) C \right) e^{\lambda z} + \left[B + \left(z + \frac{1}{\lambda} \right) D \right] e^{-\lambda z} \right\} J_0(\lambda r) d\lambda \\
 u_z^{(2)} &= \int_0^\infty \lambda \left\{ G(\lambda) e^{\lambda z} - 2[F_1 + (1 + \lambda z - \lambda h) F_2] \lambda e^{-\lambda(z-h)} \right\} J_0(\lambda r) d\lambda
 \end{aligned} \quad (18)$$

以上所推公式中共有 A, B, C, D, F_1 和 F_2 等6个待定常数, 须由边界条件及边值关系来确定. 在地表和两层介质分界面上应有下列边界条件和边值关系:

$$\left. \begin{aligned}
 z = 0 \text{ 时, } \sigma_z^{(1)} &= \tau_{rz}^{(1)} = 0 \\
 z = h \text{ 时, } \sigma_z^{(1)} &= \sigma_z^{(2)}, \quad \tau_{rz}^{(1)} = \tau_{rz}^{(2)} \\
 u_r^{(1)} &= u_r^{(2)}, \quad u_z^{(1)} = u_z^{(2)}
 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

将(13), (14), (16)和(18)式代入(19)式中, 便可导出关于 A, B, C, D, F_1 和 F_2 的一个六

元一次方程组.

解该方程组便可得:

$$\left. \begin{aligned} A &= -\frac{3\lambda\mu^*G(\lambda)}{2A^*(\lambda)(\mu^*+2)} \\ B &= -\frac{2\lambda ha^2(\mu^*-1)}{a^2(\mu^*-1)+1+2\mu^*}A \\ C &= -2\lambda B \\ D &= 2\lambda A \\ F_1 &= -\frac{3}{a\lambda^2(\mu^*-1)}B \\ F_2 &= \frac{1}{\lambda^2 a(\mu^*+2)}[6a^2A - \lambda(\mu^*-1)G(\lambda)] \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

其中 $A^*(\lambda) = -\frac{2a^2(\mu^*-1)}{\mu^*+2} + \frac{4(\lambda ha)^2}{a^2 + (1+2\mu^*)/(\mu^*-1)} + 1$, $a = e^{-\lambda h}$, $\mu^* = \mu_2/\mu_1$.

将(20)式代入(13), (14), (16)和(18)式, 便可求得上、下两层介质中的应力场、位移场表达式, 并由虎克定律可求出应变场的表达式.

3 计算结果及讨论

对(13), (14), (16)和(18)式中的无穷积分是采用高斯积分——尤拉变换法^[8]来计算的. 参数 A_1 的选取以震中距 1 km 范围内在地表有 $10^{-4} \sim 10^{-7}$ 的应变量为益. 对边界条件和边值关系(19)式进行了检验. 本文进行了以下两方面的计算: ① 当圆台体所模拟的地下深处的物质上涌范围变化时在地表附近产生的应力场、应变场及垂直位移场的变化; ② 当“物质上涌”的范围不变而层状介质的结构发生变化时, 地表应力场、应变场及垂直位移场的变化.

表 1 列出了当圆台上底面半径 r_0 增大时的计算结果. 由表 1 可看出, 无论 $z = 0$ 还是 $z = 500$ m, 地表附近的垂直位移都随着 r_0 不断增加而增加. 同时体应力和体应变也随之增加.

表 1 $\theta = 20^\circ$, $h = 10$ km, $H_1 = 20$ km, $H_2 = 40$ km, $\mu_1 = 1.6 \times 10^2$ kg/cm²,
 $\mu_2 = 1.6 \times 10^5$ kg/cm², $r = 1$ km

r_0 (m)	z (m)	体应力(kg/cm ²)	体应变	垂向位移(m)
100	500	2.293×10^{-3}	2.8670×10^{-6}	-6.4860×10^{-2}
200	500	2.411×10^{-3}	3.014×10^{-6}	-6.790×10^{-2}
300	500	2.534×10^{-3}	3.167×10^{-6}	-7.104×10^{-2}
500	500	2.794×10^{-3}	3.492×10^{-6}	-7.763×10^{-2}
800	500	3.218×10^{-3}	4.023×10^{-6}	-8.828×10^{-2}
1000	500	3.525×10^{-3}	4.407×10^{-6}	-9.590×10^{-2}
2000	500	5.344×10^{-3}	6.679×10^{-6}	-1.402×10^{-1}
100	0.0	2.387×10^{-3}	2.983×10^{-6}	-6.413×10^{-2}
200	0.0	2.510×10^{-3}	3.138×10^{-6}	-6.713×10^{-2}
300	0.0	2.639×10^{-3}	3.299×10^{-6}	-7.023×10^{-2}
500	0.0	2.911×10^{-3}	3.639×10^{-6}	-7.673×10^{-2}
800	0.0	3.357×10^{-3}	4.197×10^{-6}	-8.725×10^{-2}
1000	0.0	3.680×10^{-3}	4.600×10^{-6}	-9.478×10^{-2}
2000	0.0	5.593×10^{-3}	6.991×10^{-6}	-1.385×10^{-1}

表 2 列出了当圆台体向下延伸时的计算结果. 由此表可看出, 地表附近体应力、体应变及

垂向位移随 H_2 增大而增大. 这说明地下深处的物质向上涌入得越多, 则地表前兆信息越明显. 这种现象在表 3 中显示得更明显. 表 3 列出的是随圆台体锥角变化的计算结果, 由此表可看到, 当 $\theta = 0$ 时, 即此时圆台变为一圆柱体时, 在地表观测点的应力、应变及垂向位移都较 $\theta \neq 0$ 时的小. 当 θ 角不断变大时, 这些值都随之变大, 并且这些变化幅度都较之表 1 和表 2 中的为大. 这说明形状为圆台体的地下侵入体向上部入侵时, 圆锥角越大, 地表附近观测点处的应力、应变及垂向位移也越大.

表 2 $\theta = 20^\circ, h = 10 \text{ km}, H_1 = 20 \text{ km}, r_0 = 200 \text{ m}, \mu_1 = 1.6^2 \times 10 \text{ kg/cm}^2,$
 $\mu_2 = 1.6 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$

$r(\text{m})$	$H_2(\text{km})$	$z(\text{km})$	体应力(kg/cm^2)	体应变	垂向位移(m)
100	30	0.0	6.626×10^{-5}	8.2820×10^{-8}	-3.2900×10^{-4}
100	40	0.0	8.607×10^{-5}	1.076×10^{-7}	-4.274×10^{-4}
100	50	0.0	8.749×10^{-5}	1.094×10^{-7}	4.345×10^{-4}
100	60	0.0	8.756×10^{-5}	1.095×10^{-7}	-4.348×10^{-4}
100	30	0.3	5.922×10^{-5}	7.403×10^{-8}	-3.409×10^{-4}
100	40	0.3	7.693×10^{-5}	9.616×10^{-8}	-4.428×10^{-4}
100	50	0.3	7.820×10^{-5}	9.775×10^{-8}	-4.501×10^{-4}
100	60	0.3	7.826×10^{-5}	9.782×10^{-8}	-4.505×10^{-4}
800	30	0	6.958×10^{-4}	8.697×10^{-7}	-1.511×10^{-2}
800	40	0	2.851×10^{-3}	3.563×10^{-6}	-7.331×10^{-2}
800	50	0	6.162×10^{-3}	7.702×10^{-6}	-1.688×10^{-1}
800	60	0	1.011×10^{-2}	1.264×10^{-5}	-2.842×10^{-1}

表 3 $h = 10 \text{ km}, H_1 = 20 \text{ km}, H_2 = 40 \text{ km}, \mu_1 = 1.6 \times 10^2 \text{ kg/cm}^2$
 $\mu_2 = 1.6 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, r_0 = 200 \text{ m}, r = 500 \text{ m}, z = 0$

θ	体应力(kg/cm^2)	体应变	垂向位移(m)
0°	1.425×10^{-5}	1.7820×10^{-8}	-2.5350×10^{-4}
5°	3.348×10^{-4}	4.185×10^{-7}	-6.112×10^{-3}
10°	1.129×10^{-3}	1.441×10^{-6}	-2.064×10^{-2}
15°	2.442×10^{-3}	3.052×10^{-6}	-4.467×10^{-2}
20°	4.357×10^{-3}	5.446×10^{-6}	-7.973×10^{-2}
25°	7.005×10^{-3}	8.756×10^{-6}	-1.282×10^{-1}
30°	1.059×10^{-2}	1.323×10^{-5}	-1.938×10^{-1}
35°	1.541×10^{-2}	1.926×10^{-5}	-2.821×10^{-1}

表 4, 5 和 6 所列的是关于层状介质结构变化时的计算结果. 在表 4 中, 当上层介质弹性模量 μ_1 变化时地表垂向位移及体应变的变化不太明显, 而且体应力的变化也不是太大. 在表 5 中, 当下层介质的弹性模量 μ_2 逐渐增大即下层介质较上层介质越来越硬时, 在地表产生的垂向位移的增加较大, 且体应力和体应变也随之明显增大. 在表 6 中, 当上层介质的厚度增加时, 地表垂向位移、体应力及体应变也不断增加. 此时, 因所选的 $\mu_1 \ll \mu_2$, 故可看出, 若以地下 20

~ 40 km 深度范围内的一圆台形地下侵入体为力源, 当比其下层基岩更为松软的覆盖层越厚, 则在地表产生的应力、应变、位移的前兆量也越大。

表4 $h = 10 \text{ km}, H_1 = 20 \text{ km}, H_2 = 40 \text{ km}, \theta = 30^\circ, r_0 = 200 \text{ m},$
 $\mu_2 = 1.6 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, r = 500 \text{ m}, z = 0$

$\mu_1(\text{kg/cm}^2)$	体应力(kg/cm^2)	体应变	垂向位移(m)
1.6×10	1.061×10^{-2}	1.3250×10^{-5}	-1.9390×10^{-1}
1.6×10^2	1.059×10^{-2}	1.323×10^{-5}	-1.938×10^{-1}
1.6×10^3	1.047×10^{-1}	1.309×10^{-5}	-1.924×10^{-1}
1.6×10^4	9.474×10^{-1}	1.184×10^{-5}	-1.805×10^{-1}

表5 $h = 10 \text{ km}, H_1 = 20 \text{ km}, H_2 = 40 \text{ km}, \theta = 30^\circ, r_0 = 200 \text{ m},$
 $\mu_1 = 1.6 \times 10^2 \text{ kg/cm}^2, r = 500 \text{ m}, z = 0$

$\mu_2(\text{kg/cm}^2)$	体应力(kg/cm^2)	体应变	垂向位移(m)
1.6	2.805×10^{-4}	3.5060×10^{-7}	-1.6830×10^{-2}
1.6×10	1.427×10^{-3}	1.783×10^{-6}	-6.602×10^{-2}
1.6×10^2	5.117×10^{-3}	6.397×10^{-6}	-1.270×10^{-1}
1.6×10^3	9.474×10^{-3}	1.184×10^{-5}	-1.805×10^{-1}
1.6×10^4	1.047×10^{-2}	1.309×10^{-5}	-1.924×10^{-1}

表6 $H_1 = 20 \text{ km}, H_2 = 40 \text{ km}, \theta = 20^\circ, r_0 = 200 \text{ m}, \mu_1 = 1.6 \times 10^2 \text{ kg/cm}^2,$
 $\mu_2 = 1.6 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, r = 500 \text{ m}, z = 0$

$h(\text{km})$	体应力(kg/cm^2)	体应变	垂向位移(m)
2	2.736×10^{-3}	3.4200×10^{-6}	-5.7510×10^{-2}
4	3.292×10^{-3}	4.115×10^{-6}	-6.281×10^{-2}
6	3.745×10^{-3}	4.681×10^{-6}	-6.825×10^{-2}
8	4.092×10^{-3}	5.117×10^{-6}	-7.387×10^{-2}
10	4.357×10^{-3}	5.446×10^{-6}	-7.973×10^{-2}
12	4.562×10^{-3}	5.702×10^{-6}	-8.578×10^{-2}

图2 是当圆台上底面半径为 200 m 而其它参数选择如表 1 的情况下所算得的地表垂向位移随 r 变化的曲线. 在计算时发现, 当 r 在距震中 100 m 范围内时其垂向位移非常小, 越向中心越趋近于零, 并且在此范围以外随之增大, 当 $r = 550 \text{ m}$ 时达最大值, 随后便有所下降, 对不同的参数, u 达最大值的位置亦不同. 图 3 是当参数选择与图 2 相同时地表体应力随 r 变化的计算曲线. 在图中, 曲线变化形态与图 2 相似, 只是其达最大值的位置略远于图 2 中的曲线最大值位置.

图 4 和图 5 是当其它参数选择与图 2 相同而 $r = 1000 \text{ m}$ 时垂直位移及体应力随深度变化的曲线. 由图 4 可看出, 在上层介质中当距地表的深度不断增加时, 在地表 $r = 1000 \text{ m}$ 处的垂向位移也随之增大. 而图 5 中的体应力(此时主应力 $\sigma_z = 0$) 曲线变化与此相反, 其随 z 值的

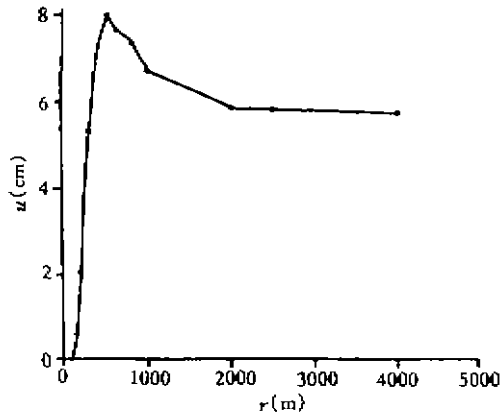


图2 当 $r_0 = 200$ m 而其它参数选择如表1
时地表垂直位移 u 随 r 变化曲线

Fig. 2 Curve of vertical surface displacement (u) varying with r for parameters same as table 1, $r_0 = 200$ m.

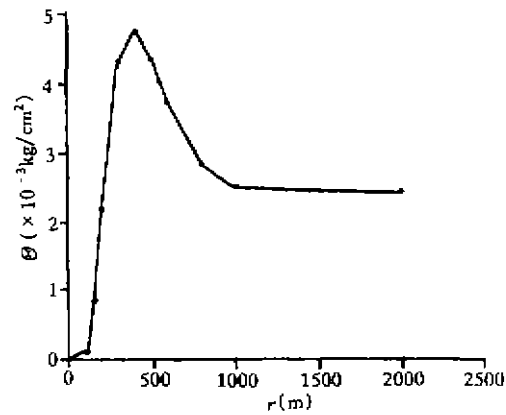


图3 参数选择如图2时地表体
应力随 r 变化曲线

Fig. 3 Curve of ground surface body stress varying with r for parameters same as Fig. 2.

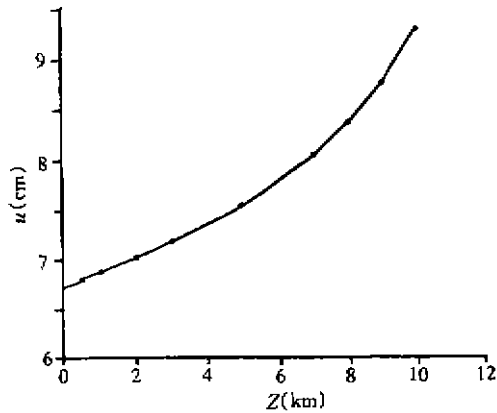


图4 参数选择如图2时垂直位移
随深度的变化曲线

Fig. 4 Curve of the vertical displacement varying with depth for parameters same as Fig. 2.

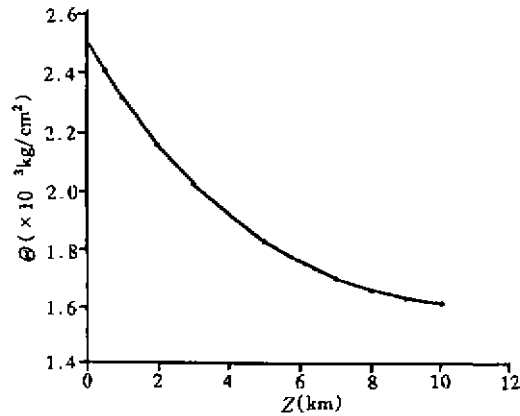


图5 参数选择如图2时体应力
随深度的变化曲线

Fig. 5 Curve of the body stress varying with depth for parameters same as Fig. 2.

增大而逐渐变小. 这说明在第一层的上部横向张应力比下部为大.

从本文的计算中可看到, 在两层介质下方有一圆台形的上涌物质存在时, 无论是上涌物质的规模发生变化还是层状介质的结构发生改变, 在地表附近由此产生的扰动应力场都主要是以张应力为主, 而剪应力较小, 这可解释地表垂直位移较大的现象. 这种地幔岩浆侵入地壳时由此产生的挤压作用可以在地壳内部产生附加应力场, 该应力场不仅对孕震体区域产生重大影响, 而且在地表附近的前兆场中也表现明显.

参考文献

- 1 朱岳清,等.唐山地震孕震过程的三维有限元分析及其在地震预报研究上的意义.地球物理学报,1988,31(3):399~409
- 2 陈运森,等.1975年海城地震与1976年唐山地震前后的重力变化.地震学报,1980,2(1):21~31.
- 3 梅世荣主编.一九七六年唐山地震.北京:地震出版社,1982.71~130,405~449
- 4 尹祥础,等.地震孕育过程的流变模式.中国科学(B),1982,30(10):922~930
- 5 曾融生,等.华北盆地强震的震源模型兼论强震和盆地的成因.地球物理学报,1991,34(3):288~300.
- 6 钱家栋,等.两层介质中均匀膨胀球的应变场、位移场计算结果及其应用.西北地震学报,1980,2(2):29~39.
- 7 徐芝伦.弹性力学(上册).人民教育出版社,1979.
- 8 钱家栋,等.水平层状介质视电阻率高精度计算公式及其误差分析.西北地震学报,1986,8(2):10~19.

**THE CALCULATION OF STRESS AND STRAIN AS WELL AS DISPLACEMENT
VARIATIONS OF THE SOURCE MODEL WHICH IS A DILATANCY
CONE CYLINDER BODY IN LAYERED MEDIUM**

MA Qinzhong

(Earthquake Research Institute of Lanzhou, SSB, Lanzhou 730000)

QIAN Jiadong

(Center for Analysis and Prediction, SSB)

Abstract

A kind of mechanical source pattern of upwelling mantle material in the process of earthquake preparation is simulated by taking a dilatancy cone cylinder body in two-layer medium as a model. The variations of stress and strain as well as displacement in the medium are calculated when the analogous mechanical source of the cone cylinder body changes in different lateral and lengthwise scales as well as taper angle under the condition of layered medium. The results show that the fields of stress and strain as well as displacement in the medium or near the ground surface relate not only to the geometric and physical parameters of upwelling mechanical source, but also to the geometric parameters of layered medium structure. This numerical simulation provides a significant method for explaining why the upper mantle material flows into lower crust and show that the variation of medium structure must be considered for recognizing the distribution of precursor fields related to this kind of seismogenic process.

Key words Source model, Seismogenic process, Dilatancy cone cylinder body, Mantle material